

INHOUD VAN EEN KEGEL PROEFONDERVINDELIJK BEREKENEN

meetkunde zesde klas

Luc Cielen

1. Maak met tekenpapier (± 160 gr) eerst een cilinder

Bijvoorbeeld: R van het grondvlak = 2,5 cm

$H = 10$ cm

De leerkracht maakt 1 cilinder en 1 kegel voor de hele klas of laat alle kinderen dezelfde cilinder en kegel maken. Het best is dat allen dezelfde afmetingen gebruiken. Zitten er echte wiskundigen in de klas, dan kan je hen andere maten opgeven, zodat je achteraf kan controleren of de berekening voor iedere willekeurige kegel opgaat.

Werkwijze:

1: Teken een cirkel met R naar keuze. Bv. 2,5 of 3 of 3,5 of 4 of .. cm. In dit voorbeeld dus 2,5 cm.

2: Bereken de omtrek van deze cirkel

3: Teken een rechthoek waarvan de lengte (L) of de breedte (B) gelijk is aan de omtrek van het grondvlak. De lengte van de andere zijde is naar keuze korter of langer. In dit voorbeeld is de L gelijk aan 15,7 cm en de $B = 10$ cm = de hoogte van de cilinder.

4: Knip de cirkel (grondvlak) met lijmstrookjes eraan uit. Knip ook de rechthoek met lijmstrookje uit. En maak de cilinder. Omdat de bovenkant open mag blijven, hoef je slechts één cirkel uit te knippen.

5: Bereken de inhoud van de cilinder (oppervlakte grondvlak \times hoogte ofte **Opp. Basis $\times H$**)

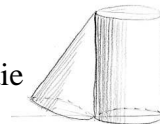
2. Construeer nu een kegel met hetzelfde grondvlak als de cilinder en dezelfde hoogte.

Om de straal te bepalen van de cirkelsector die als basis dient voor de constructietekening van de kegel, pas je de volgende formule toe:

RM (straal v.d. mantel) = de vierkantswortel uit de som van het kwadraat van de straal (D) van het grondvlak met het kwadraat van de hoogte (H). De hoogte is hetzelfde als die van de cilinder (in ons voorbeeld = 10 cm). *Deze bewerking maakt de leerkracht; de kinderen niet (tenzij er één of enkele wiskundig begaafde kinderen in de klas zitten); gebruik een rekentoestel.* De formule is:

$$RM = \sqrt{R^2 + H^2} \quad \text{In ons voorbeeld wordt dat: } RM = \sqrt{2,5^2 + 10^2} = 10,31 \text{ cm.}$$

Als je deze formule toepast, krijg je een kegel die tegen de cilinder aanleunt en waarvan de basis schuin loopt. De hoogte van de kegel is dan wel gelijk aan die van de cilinder.



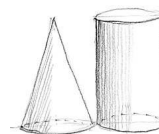
We willen echter een kegel die mooi rechtop staat, met de basis horizontaal. Dus moeten we de formule nog een tweede keer toepassen, maar nu met RM als H (= 10,31 cm).

$$RM = \sqrt{R^2 + H^2} \quad \text{Dit wordt dan: } RM = \sqrt{2,5^2 + 10,31^2} = 10,61 \text{ cm.}$$

Nu hebben we een kegel die loodrecht op zijn grondvlak staat en die even hoog is als de cilinder.

De straal van de mantelcirkel (RM) is in ons voorbeeld 10,61 cm

Omdat bij het vouwen de binnenzijde van de kegel te klein zal zijn (door de

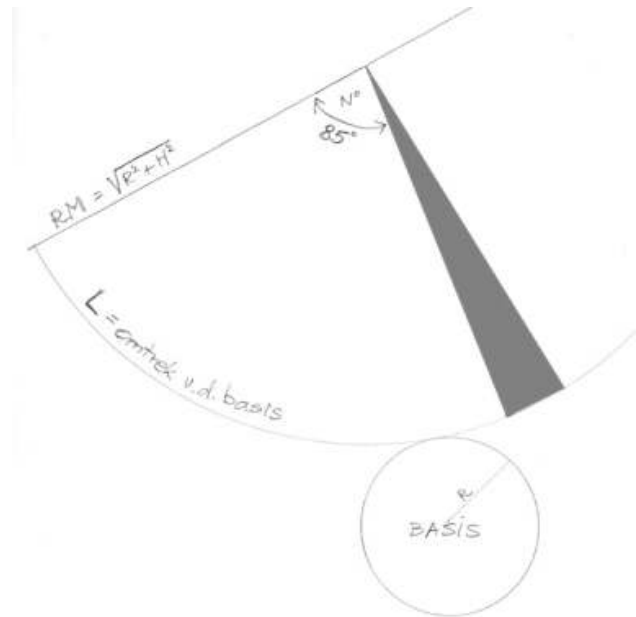


dikte van het papier), maken we de RM wat langer tot **RM = 10,70 cm** (of zelfs iets meer, afhankelijk van de dikte van het papier).

Om de mantel van de kegel te tekenen moeten we de omtrek van de cirkel (basis) afzetten op de cirkelomtrek van de mantel. Om dat te doen moeten we weten hoe groot de hoek (N°) is bij het middelpunt van de mantelcirkel. Die vinden we met de volgende formule:

$$N^\circ = \frac{360}{2 \pi RM} \times L \quad \text{in ons voorbeeld is dat:} \quad N^\circ = \frac{360}{2 \cdot 3,14 \cdot 10,6} \times 15,70 = \frac{5.652}{66,63} = 85^\circ$$

De constructietekening ziet er dan zo uit:



3. Als de 2 volumes gemaakt zijn, vraag je hoeveel keer de inhoud van de kegel in cilinder kan. Omdat de kinderen al ervaren hebben hoe dat zit met piramide en parallellepipedum vinden ze onmiddellijk het correcte antwoord.
4. Vul de kegel met zand (bv. zand om te zandstralen) of iets anders en giet de inhoud over in de cilinder. Doe dit tot de cilinder vol is. Hoeveel keer kan de inhoud van de kegel in de cilinder? 3 maal.
5. De formule om de inhoud van een cilinder te berekenen is gekend, namelijk: oppervlakte van de basis maal de hoogte of **I = opp. Basis x H**
6. De inhoud van de kegel is dan: oppervlakte van de basis maal hoogte gedeeld door 3. Of in een formule:

$$I = \frac{\text{Opp Basis} \times H}{3}$$