REKENEN VIJFDE KLAS en/of ZESDE KLAS Luc Cielen

1. REGELS VAN DEELBAARHEID.

Deelbaarheid door 10, 100, 1000.
Door 10: het laatste cijfer (= cijfer van de eenheden) is 0.
Door 100: laatste twee cijfers zijn 0 (cijfers van de eenheden en de tientallen).
Door 1000: laatste drie cijfers zijn 0 (cijfers van de eenheden, tientallen en honderdtallen).

Memoriseren:
Een getal is deelbaar door 10 als het laatste cijfer een 0 is.
Of: Een getal is deelbaar door 10 als het eindigt op 0.

Een getal is deelbaar door 100 als de laatste twee cijfers nullen zijn.
Of: Een getal is deelbaar door 100 als het eindigt op 2 nullen.

Een getal is deelbaar door 1000 als de laatste 3 cijfers nullen zijn.
Of: Een getal is deelbaar door 1000 als het eindigt op 3 nullen.

Deelbaarheid door 2, 4, 8 en 16
Door 2: het laatste cijfer is even (het getal is even).

Memoriseren:
Een getal is deelbaar door 2 als het een even getal is.
Of: Een getal is deelbaar door 2 als het laatste cijfer gelijk is aan 0, 2, 4, 6 of 8

Door 4: de laatste twee cijfers vormen een getal dat in de tafel van 4 komt (daarom de tafel van 4 tot 100 opschrijven);
OF: *het getal is tweemaal deelbaar door 2*
OF: *als je de laatste 2 cijfers deelt door 2 en de uitkomst is even, dan is het hele getal deelbaar door 4.*
Voorbeeld: 15.2<u>64</u>. De laatste 2 cijfers gedeeld door 2 geven 32. Het getal is dus deelbaar door 4.
Voorbeeld 23.1<u>36</u> => 18. Dus deelbaar door 4.
Voorbeeld 65.7<u>82</u> => 41. Dus niet deelbaar door 4.

Memoriseren:
Een getal is deelbaar door 4 als je de laatste 2 cijfers tweemaal door 2 kunt delen.
Of: Een getal is deelbaar door 4 als de laatste twee cijfers gedeeld door 2 een even getal geven.

OPMERKING
Je kan het ook zo formuleren:
Een even getal is deelbaar door 4 als het laatste cijfer in de tafel van 4 komt (0, 4 of 8), en het voorlaatste cijfer EVEN is. Een even getal is ook deelbaar door 4 als het laatste cijfer niet in de tafel van 4 komt (2 of 6) en het voorlaatste cijfer ONEVEN is.
Voorbeeld: 5468: 8 komt in de tafel van 4 en 6 is even: dus het getal is deelbaar door 4.
Voorbeeld: 4856: 6 komt niet in de tafel van 4 en 5 is oneven: dus het getal is deelbaar door 4.
Voorbeeld: 8734: 4 komt in de tafel van 4 en 3 is oneven: het getal is dus NIET deelbaar door 4.

Voorbeeld: 8762: 2 komt niet in de tafel van 4 en 6 is even: het getal is dus NIET deelbaar door 4.

Door 8: de laatste drie cijfers vormen een getal dat in de tafel van 8 komt (daarom de tafel van 8 tot 1000 opschrijven).
OF: *het getal is driemaal deelbaar door 2.*
OF: *als je de laatste 3 cijfers tweemaal deelt door 2 en de uitkomst is even, dan is het hele getal deelbaar door 8*.

Voorbeeld: 23.136 => 68 => 34: dus deelbaar door 8
Voorbeeld: 16.260 => 130 => 65: niet deelbaar door 8
Voorbeeld: 65.782 => 391: niet deelbaar door 8
Memoriseren
Een getal is deelbaar door 8 als je de laatste 3 cijfers driemaal kunt delen door 2.
Of: Een getal is deelbaar door 8 als de laatste 3 cijfers gedeeld door 4 een even getal opleveren.

OPMERKING

Je kan het ook zo formuleren:
Als je de laatste 2 cijfers van een getal twee keer halveert en de uitkomst is oneven, en het 3e cijfer is ook oneven, dan is het getal deelbaar door 8.
Is de uitkomst even en het 3e cijfer is ook even, dan is het getal ook deelbaar door 8.
Voorbeeld: het getal 45<u>28</u>:
de helft van <u>28</u> = 14,
de helft daarvan = 7.
7 is oneven, en 5 ook: dus 4528 is deelbaar door 8.
Het getal 54<u>88</u>: de helft van 88 is 44, de helft daarvan = 22. 22 is even en 4 is ook even. Het getal is deelbaar door 8.
Het getal 45<u>88</u>: helft = 44, helft = 22 = even en 5 is oneven, dus het getal is NIET deelbaar door 8.

Zie ook: https://www.cielen.eu/deelbaarheid-door-8-acht.pdf

ALGEMENE OPMERKING OVER DEELBAARHEID DOOR 2, 4, en 8.
Voor het zoeken naar de regel van deelbaarheid door **2** stel je vast dat vanaf het getal **10** de cijfers van de eenheden herhaald worden. Je hoeft dus alleen het <u>laatste cijfer</u> te controleren op deelbaarheid door 2.

Voor het zoeken naar de regel van deelbaarheid door **4** stel je vast dat de cijfers van eenheden en tientallen herhaald worden vanaf het getal **100**. Je hoeft dus slechts de <u>laatste 2 cijfers</u> te controleren op deelbaarheid door 4.

Voor het zoeken naar de regel van deelbaarheid door **8** stel je vast dat de cijfers van eenheden, tientallen en honderdtallen herhaald worden vanaf het getal **1000**.
Je hoeft dus slechts de <u>laatste 3 cijfers</u> te controleren op deelbaarheid door 8.

Opmerkelijk:
2 => staat in verband met 10 en 10 is binair gelijk aan 2
4 => staat in verband met 100 en 100 is binair gelijk aan 4
8 => staat in verband met 1000 en 1000 is binair gelijk aan 8

Door 16: Als je de laatste 4 cijfers 4-maal kunt halveren (toepassing op het feit dat 16 de 4e macht is van 2).

Bijvoorbeeld het getal 15624

5624/2 = 2814
2814/2 = 1407
Dit kun je niet meer halveren, dus 15624 is niet deelbaar door 16.

OF: als je de laatste 4 cijfers tweemaal kunt delen door 4 (want 16 is de tweede macht van 4).
Bij deze regel hoef je eigenlijk maar éénmaal die 4 cijfers te delen door 4. Als de uitkomst daarvan voldoet aan de regel van deelbaarheid door 4, dan weet je dat het gehele getal deelbaar is door 16. Een getal van 4 cijfers delen door 4 is eenvoudig te doen uit het hoofd.

Bijvoorbeeld het getal 15624.
5624 is deelbaar door 4 en geeft als uitkomst: 1406.
1406 is niet deelbaar door 4,
dus is 15624 niet deelbaar door 16.

Bijvoorbeeld het getal 389760.
9560/4 = 2440
2440 is deelbaar door 4 (want 40 is deelbaar door 4), uitrekenen hoeft niet.
Het getal 389760 is dus deelbaar door 16. (389760/16 = 24360).

Deelbaarheid door 3 en 9 (let op het voegwoord OF)
Door 3: als de getalwortel gelijk is aan 0, 3, 6 of 9. (= als de som van de cijfers gelijk is aan 3, 6 of 9). *Om de getalwortel snel te vinden mag je de cijfers 0, 3, 6 en 9 in het getal schrappen. Wat overblijft tel je op.*
Voorbeeld: 15.863 => 3 valt weg; 6 valt weg; 1 plus 5 is 6, valt ook weg. Blijft 8 over. Dus niet deelbaar door 3.
Voorbeeld: 45.396 => 6 valt weg, 9 valt weg, 3 valt weg, 4 plus 5 is 9 valt weg. Blijft 0 over. Dus deelbaar door 3.

Memoriseren:
Een getal is deelbaar door 3 als de getalwortel gelijk is aan 0, 3, 6 of 9.

Door 9: als de getalwortel gelijk is aan 0 of 9 (= als de som van de cijfers gelijk is aan 9). *Om de getalwortel snel te vinden mag je de cijfers 0 en 9 in het getal schrappen. Wat overblijft tel je op*.
Voorbeeld: 21.486 => 1 plus 8 is 9 valt weg. Blijft over: 2 plus 4 plus 6 = 12 = 3.
Niet deelbaar door 9.
Voorbeeld: 39.546 => 3 plus 6 = 9 valt weg, 9 valt weg, 5 plus 4 = 9 valt weg.
Blijft 0 over: dus deelbaar door 9.

Memoriseren
Een getal is deelbaar door 9 als de getalwortel gelijk is aan 0 of 9.

Deelbaarheid door 5, 25, 125
Door 5: als het getal eindigt op 5

Memoriseren:
Een getal is deelbaar door 5 als het eindigt op 0 of 5.

Door 25: als het getal eindigt op 25, 50, 75 of 00

Memoriseren:
Een getal is deelbaar door 25 als het eindigt op 25, 50, 75 of 00.

Door 125: als het getal eindigt op 125, 250, 375, 500, 625, 750, 875 of 000

Deelbaarheid door 125 moet niet per se geleerd worden, maar is wel handig omdat deze parallel loopt met 1/8 (= 0,125), 2/8 (= 0,250), 3/8 (= 0,375) enz.

Deelbaarheid door 6, 12 en 15 (let op het voegwoord EN)
Door 6: als het getal deelbaar is door 2 EN 3.
OF: *als het een even getal is waarvan de getalwortel gelijk is aan 0, 3, 6 of 9.*

Voorbeeld: 1.566 is een even getal waarvan de getalwortel gelijk is aan 0 (of 9).
Het getal is dus deelbaar door 6.
Memoriseren:
Een getal is deelbaar door 6 als het deelbaar is door 2 EN 3.

Door 12: als het getal deelbaar is door 3 EN 4.
OF: *als de laatste 2 cijfers tweemaal deelbaar zijn door 2 en de getalwortel is 0, 3, 6 of 9.*

Voorbeeld: 57.153 => laatste 2 cijfers zijn niet deelbaar door 2. Dus sowieso niet door 4. Dus niet deelbaar door 12. Het getal moet dus zeker even zijn.
Voorbeeld: 57.156 => 28 => 14. De getalwortel is 3. Dus het getal is deelbaar door 12.
Memoriseren:
Een getal is deelbaar door 12 als het deelbaar is door 3 EN 4.

Door 15: als het getal deelbaar is door 3 EN 5.
OF: *als het getal eindigt op 5 en de getalwortel is gelijk aan 0, 3, 6 of 9.*

Voorbeeld: 5.735 => getalwortel is 20 = 2. Dus niet deelbaar door 15.
Voorbeeld: 7.695 => getalwortel is 0. Dus deelbaar door 15.
Memoriseren
Een getal is deelbaar door 15 als het deelbaar is door 3 EN 5.

Deelbaarheid door 11
Bij het aanleren van deze regel, eerst de tafel van 11 opschrijven tot voorbij 100. Dan kijken hoe het zit met de cijfers. Beneden 100 geeft het verschil van de cijfers steeds 0. Boven 100 getallen met 3 cijfers): de twee uiterste cijfers samentellen en het middelste cijfer ervan aftrekken. Die uitkomst is steeds 0 of 11. Bij getallen boven 1.000 zie je dat de som van de cijfers op de even plaatsen MIN de som van de cijfers op de oneven plaatsen gelijk is aan 0 of 11.

Memoriseren:
Een getal is deelbaar door 11 als de som van de cijfers op de even plaatsen MIN de som van de cijfers op de oneven plaatsen gelijk is aan 0 of 11.
Voorbeeld: 21.458.567 => som van de cijfers op de even plaatsen is 18. De som van de cijfers op de oneven plaatsen is 20. Het verschil => 20-18=2. Het getal is niet deelbaar door 11.
Voorbeeld: 21.468.667 => 20 - 20 = 0. Dit getal is wel deelbaar door 11.

OF: Verdeel het getal van rechts naar links in groepen van 3.
Tel 1e, 3e en 5e groep op.
Tel 2e, 4e en 6e groep op.
Trek beide sommen van elkaar af.
Het getal is deelbaar door 11 als de uitkomst van de aftrekking deelbaar is door 11 of als de uitkomst van de aftrekking 0 is. (Dit is dezelfde regel als voor deelbaarheid door 7 of 13).

Is het getal 8 246 534 824 deelbaar door 11?
824 + 246 = 1070
534 + 8 = 542
1070 – 542 = 528. Dit is deelbaar door 11.

De uitkomst is 749 684 984.
(We mogen 528 ook verder opdelen: 5 + 8 – 2 = 11)

Zie ook: https://www.cielen.eu/deelbaarheid-door-7-vier-werkwijzen-ook-11-en-13.pdf

Deelbaarheid door 18
18: als het getal deelbaar is door 2 EN 9,
OF *als het een even getal is waarvan de getalwortel gelijk is aan 9.*
Voorbeeld: 21.467.628=> even getal, getalwortel = 0. Dus deelbaar door 18.
Memoriseren
Een getal is deelbaar door 18 als het deelbaar is door 2 EN 9.

Deelbaarheid door 7: Het is dikwijls eenvoudiger om de staartdeling maken om te zien of een getal deelbaar is door 7. Handig hierbij is om de deling door 7 uit het hoofd te leren maken (zonder de bewerking te noteren).
Voorbeeld: 21.467.628 : 7 => 21 : 7 = 3 is oké, valt weg. 46 => 42 blijft 4 over. Dan krijgen we 47 => 42, blijft 5 over. Dan hebben we 56. Is oké. Dan nemen we 28: is oké. Het getal is deelbaar door 7.

Voor grote getallen kun je de volgende methode gebruiken, die ook handig is om te zien of een getal deelbaar is door 7, 11 of 13.

Verdeel het getal van rechts naar links in groepen van 3.
Tel 1e, 3e en 5e groep op.
Tel 2e, 4e en 6e groep op.
Trek beide sommen van elkaar af.
Het getal is deelbaar door 7, 11 of 13 als de uitkomst van de aftrekking deelbaar is door 7, 11 of 13 of als de uitkomst van de aftrekking 0 is.

Voorbeeld:
Is het getal 2 345 678 902 deelbaar door 7?
902 + 345 = 1247
678 + 2 = 680
1247 – 680 = 567.
567 is deelbaar door 7. Het getal 2 345 678 902 is deelbaar door 7 (= 335 096 986)

Zie ook: https://www.cielen.eu/deelbaarheid-door-7-vier-werkwijzen-ook-11-en-13.pdf

Deelbaarheid door 13: Dezelfde werkwijze als bij deelbaarheid door 7:

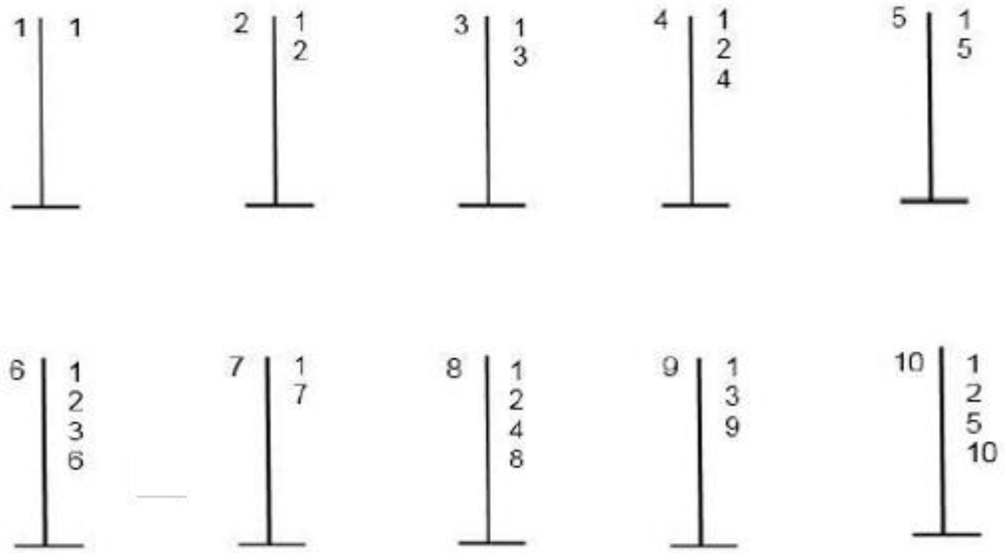
Is het getal 4 493 825 830 deelbaar door 13?
830 + 493 = 1323
825 + 4 = 829
1323 – 829 = 494. Dit is deelbaar door 13.
De uitkomst is 345 678 910.

Zie ook: https://www.cielen.eu/deelbaarheid-door-7-vier-werkwijzen-ook-11-en-13.pdf

2. ALLE DELERS VAN EEN GETAL (ook 1 en het getal zelf).

De delers van alle getallen tussen 1 en 100 opschrijven.

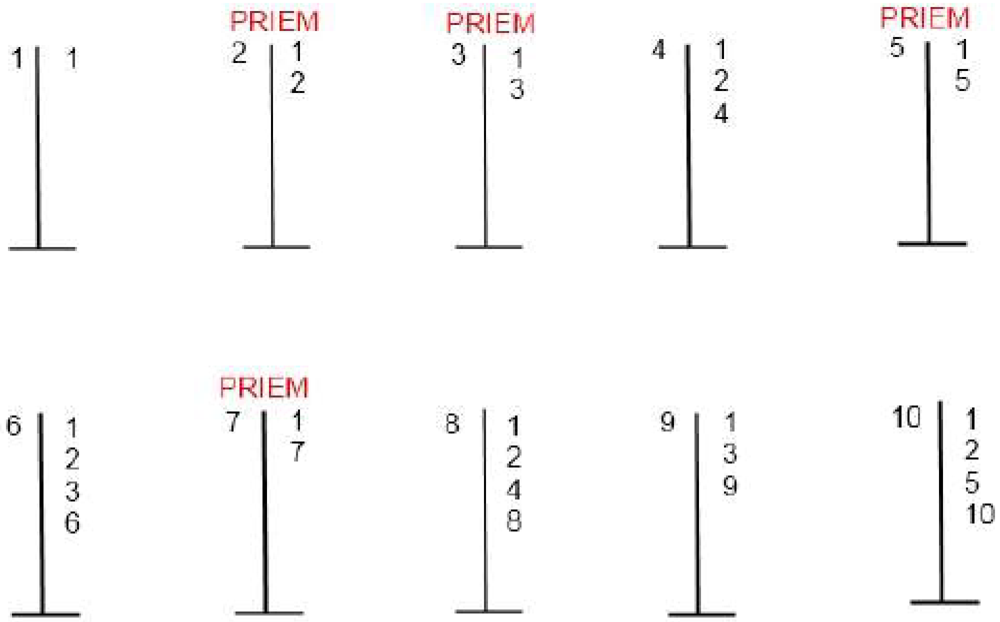
Door de regels van deelbaarheid toe te passen, kun je - zonder gebruik te maken van een rekentoestel – alle mogelijke delers van een getal vinden. Zo kun je in de vijfde klas volgende opgave geven: Noteer op de volgende manier (voorzie voldoende spatie tussen de oefeningen zowel links als rechts als onderaan) alle delers van de getallen 1 tot en met 100. Is er geen regel van deelbaarheid om toe toepassen, maak dan de deling.



Figuur 1. Voorbeeld van een werkwijze om alle delers van de getallen tot 100 te noteren.

PRIEMGETALLEN (het woord priemgetal is ontleend aan het Duitse Primzahl = eerste getal)

De getallen die slechts 2 delers hebben, namelijk 1 en zichzelf zijn priemgetallen. Dat wil zeggen dat zij de eerste getallen zijn van een nieuwe getallenrij of tafel.



Figuur 2. De priemgetallen aanduiden nadat alle delers van de getallen genoteerd zijn.

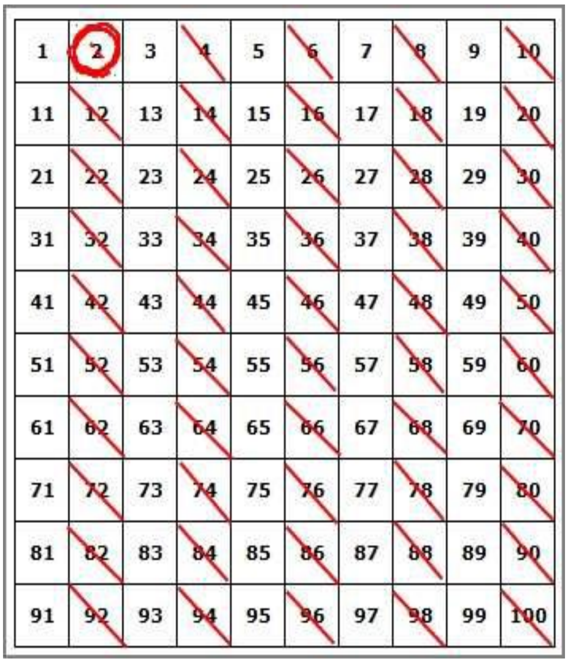
In de reeks van 1 tot 100 alle priemgetallen aanduiden nadat alle delers genoteerd zijn.

De zeef van Eratosthenes.

Schrijf in een rooster alle getallen van 1 tot 200 (in het voorbeeld hieronder is het rooster ingevuld tot 100).

Het getal 1 blijft buiten beschouwing, want het heeft slechts 1 deler en is dus geen priemgetal.

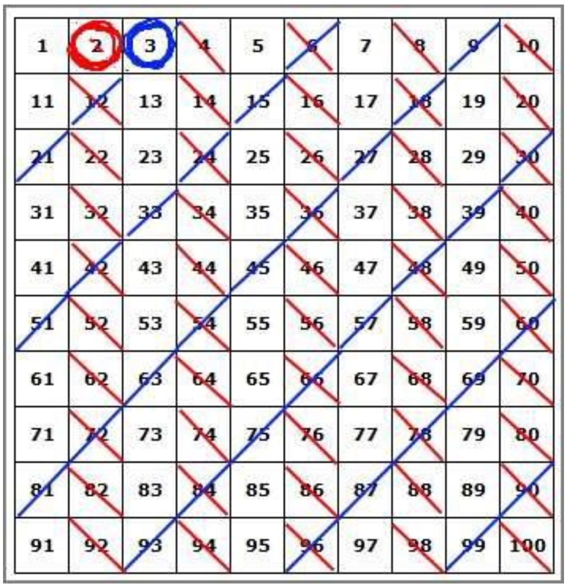
Schrap alle veelvouden van 2 (2 zelf niet schrappen want is het eerste getal van de getallenrij van 2 = priemgetal).



1	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	9	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	15	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
21	~~22~~	23	~~24~~	25	~~26~~	27	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	33	~~34~~	35	~~36~~	37	~~38~~	39	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	45	~~46~~	47	~~48~~	49	~~50~~
51	~~52~~	53	~~54~~	55	~~56~~	57	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	63	~~64~~	65	~~66~~	67	~~68~~	69	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	75	~~76~~	77	~~78~~	79	~~80~~
81	~~82~~	83	~~84~~	85	~~86~~	87	~~88~~	89	~~90~~
91	~~92~~	93	~~94~~	95	~~96~~	97	~~98~~	99	~~100~~

Figuur 3. Alle veelvouden van 2 schrappen.

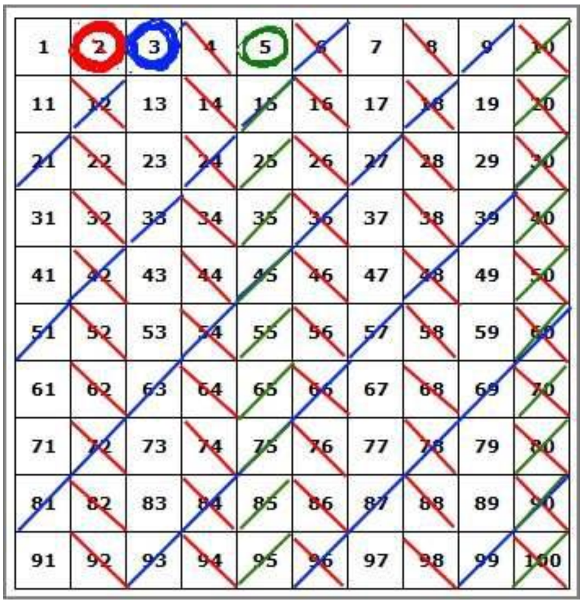
Schrap alle veelvouden van 3 (3 zelf niet schrappen want is eerste getal = priemgetal).



1	2	3	~~4~~	5	~~6~~	7	~~8~~	~~9~~	~~10~~
11	~~12~~	13	~~14~~	~~15~~	~~16~~	17	~~18~~	19	~~20~~
~~21~~	~~22~~	23	~~24~~	25	~~26~~	~~27~~	~~28~~	29	~~30~~
31	~~32~~	~~33~~	~~34~~	35	~~36~~	37	~~38~~	~~39~~	~~40~~
41	~~42~~	43	~~44~~	~~45~~	~~46~~	47	~~48~~	49	~~50~~
~~51~~	~~52~~	53	~~54~~	55	~~56~~	~~57~~	~~58~~	59	~~60~~
61	~~62~~	~~63~~	~~64~~	65	~~66~~	67	~~68~~	~~69~~	~~70~~
71	~~72~~	73	~~74~~	~~75~~	~~76~~	77	~~78~~	79	~~80~~
~~81~~	~~82~~	83	~~84~~	85	~~86~~	~~87~~	~~88~~	89	~~90~~
91	~~92~~	~~93~~	~~94~~	95	~~96~~	97	~~98~~	~~99~~	~~100~~

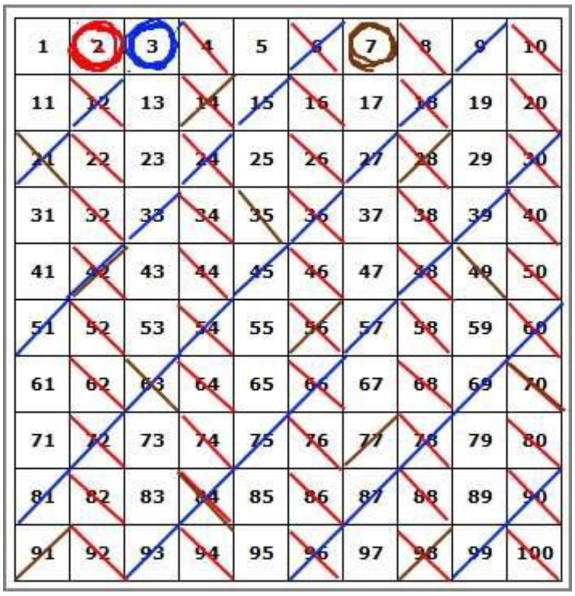
Figuur 4. Alle veelvouden van 3 schrappen

Schrap alle veelvouden van 5 (5 niet want is priem).



Figuur 5. Alle veelvouden van 5 schrappen.

Schrap alle veelvouden van 7.



Figuur 6. Alle veelvouden van 7 schrappen.

Doe zo voort met elk volgend getal dat nog niet geschrapt werd.
Als het hele rooster is afgewerkt, blijven alleen de priemgetallen over, al de andere zijn geschrapt.

Memoriseren: Leer de priemgetallen tot 200 uit het hoofd.

2 – 3 – 5 – 7	**101 – 103 – 107 – 109**
11 – 13 – 17 – 19	**113**
23 – 29	**127**
31 – 37	**131 – 137 – 139**
41 – 43 – 47	**149**
53 – 59	**151 – 157**

61 – 67	**163 – 167**
71 – 73 – 79	**173 – 179**
83 – 89	**181**
97	**191 – 193 – 197**

Omkering van de priemgetallen

De omkering van een priemgetal is het priemgetal in de noemer met als teller 1. De omkering van 2 is $\frac{1}{2}$. Daarna reken je de breuk uit als een deling: 1:2 = 0,5.

De periode (als er een periode is) na de komma aanduiden.

$\frac{1}{2}$ = 0.5 ⟶ (geen periode).

$\frac{1}{3}$ = 0,333 ⟶ de periode is 3.

$\frac{1}{5}$ = 0,2 ⟶ (geen periode).

$\frac{1}{7}$ = 0,142857142857 ⟶ de periode is 142757.

Enzovoort.

Laat als opdracht de periode uitrekenen tot priemgetal 97 (staartdelingen maken en zo veel cijfers na de komma gebruiken tot de periode zichtbaar wordt).

Het aantal cijfers van de periode bij de volgende priemgetallen:

De priemgetallen tot 101 laat je door de kinderen uitrekenen met staartdelingen (bij voorkeur) of met een rekentoestel of in Excel. In de reeks hieronder zijn ook priemgetallen boven 101 opgenomen als voorbeeld van langere periodes. De kinderen hoeven deze niet uit te rekenen, maar wie er zin in heeft, kan dit met Excel doen.

3 ⟶ (1/3) ⟶ de periode bestaat uit 1 cijfer
11 ⟶ de periode bestaat uit 2 cijfers
37 ⟶ de periode bestaat uit 3 cijfers
101 ⟶ de periode bestaat uit 4 cijfers
41 ⟶ 5 cijfers
7 en 13 ⟶ 6 cijfers
239 ⟶ 7 cijfers
... (8 cijfers)
733.667 ⟶ (9 cijfers)
9.901 ⟶ (12 cijfers)
53 ⟶ (13 cijfers)
909.091⟶ (14 cijfers)
31 ⟶ (15 cijfers)
17 ⟶ (16 cijfers)
2.071.723 ⟶ (17 cijfers)
19⟶ (17 cijfers)
1.111.111.111.111.111.111 ⟶ (19 cijfers)

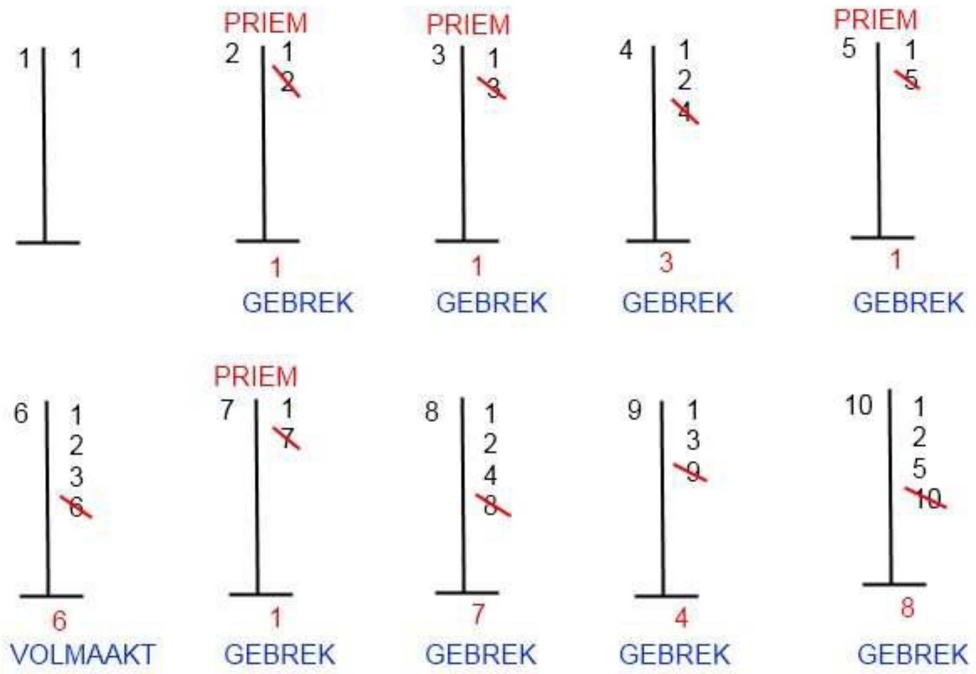
DE PERIODE VAN HET PRIEMGETAL 7 is bijzonder. Laten uitrekenen en de uitkomsten bekijken en zien wat er opvalt.

1/7 = 0,142857.142857 enz.
2/7 = 0,285714.285714 enz
3/7 = 0,428571.428571 enz
4/7 = 0,571428.571428 enz

5/7 = 0,714285.714285 enz.
6/7 = 0,857142.857142 enz.
7/7 = 1

3. DE DELERS VAN EEN GETAL ***(het getal zelf wordt hier niet als deler beschouwd).***

Gebrekkige, overvloedige en volmaakte getallen.
Gebrekkig: als de som van de delers kleiner is dan het getal
Overvloedig: als de som van de delers groter is dan het getal
Volmaakt: als de som van de delers gelijk is aan het getal.

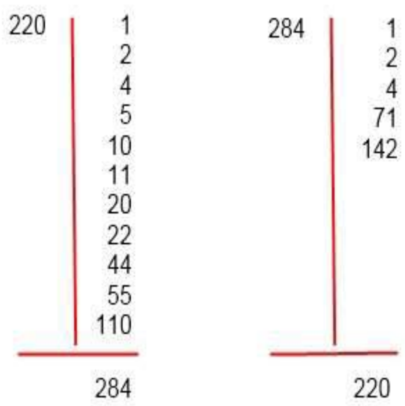


Figuur 7. Gebrekkige, volmaakte en overvloedige getallen (het eerste overvloedige getal is 12).

Bij alle getallen van de vorige opgave (delers van 1 tot 100) noteren welke gebrekkig, overvloedig of volmaakt zijn. Het getal zelf niet als deler meetellen (die deler doorstrepen). Vertellen over Pythagoras en zijn heilige getallen. Heilige getallen zijn volmaakte getallen - veel info hierover te vinden via Google “volmaakt getal”. Het getal 10 is ook een heilig getal bij Pythagoras, maar is niet volmaakt. Dit getal wordt behandeld in de zesde klas, bij aanvang van de procentberekening.

Bevriende getallen
Twee getallen. De som van de delers van het eerste getal is gelijk aan het tweede getal. De som van de delers van het tweede getal is gelijk aan het eerste getal.
Oudst bekende koppel van bevriende getallen is: 220 en 284 (Pythagoras)
Andere koppels van bevriende getallen:

1.184 en 1.210
2.620 en 2.924
5.020 en 5.564
6.232 en 6.368
10.744 en 10.856
12.285 en 14.959



Figuur 8. De bevriende getallen 220 en 284.

Geef enkele koppels van getallen op waarbij sommige koppels wél en andere niet bevriend zijn. Hierbij mag het rekentoestel gebruikt worden vanaf deler 13. De kinderen leren daarbij ook het gebruik van de M-toets op het rekentoestel. Het te delen getal wordt in Memory gezet met <M+>. Dan de berekening maken. Berekening verwijderen met de CE-toets. Met <MRC> het getal weer oproepen en dan de volgende deling maken. Met <ON/AC> wordt het geheugen gewist.

4. DE DELERS VAN EEN GETAL *(1 en het getal zelf doen niet mee)*

Toepassing op regels van deelbaarheid en gebruikmaken van rekentoestel (vanaf deler 13).

De delers van een getal zoeken; eerste methode

Zet het getal boven een verticale lijn. Met toepassing van de regels van deelbaarheid de delers zoeken (die zet je links van de verticale lijn). Vanaf deler 13 mag een rekentoestel gebruikt worden. De delers zet je rechts van de verticale lijn, de uitkomsten zet je links ervan.
Laat zien dat op een bepaald moment de rij van delers hetzelfde is als de rij van de uitkomsten (in dit voorbeeld vanaf deler 18 en uitkomst 26). De uitkomsten zijn namelijk ook delers van het getal. Het gevolg daarvan is dat je niet de hele rij van delers moet zoeken, maar op een bepaald moment de uitkomsten ook als delers kunt nemen. De oefening kan er dus zo uit zien, waarbij de getallen links en rechts van de lijn delers zijn van 468:

Figuur 9. De delers van een getal zoeken. In het voorbeeld links staan alle delers onder elkaar; de uitkomsten aan de linkerkant van de verticale lijn vormen een reeks in omgekeerde volgorde van de delers. In het voorbeeld rechts staan de delers in 2 kolommen (de uitkomsten zijn namelijk ook delers).

De delers van een getal zoeken; tweede methode:
ONTBINDEN IN PRIEMFACTOREN

Zet het getal boven een verticale lijn. Links van de lijn komen de priemfactoren (priemdelers). De uitkomsten worden rechts genoteerd. Elke uitkomst wordt telkens weer door het kleinst mogelijke priemgetal gedeeld. Dat priemgetal komt links, de nieuwe uitkomst rechts van de lijn.
Om alle delers van het getal te vinden worden nu alle mogelijke combinaties van priemfactoren met elkaar vermenigvuldigd.

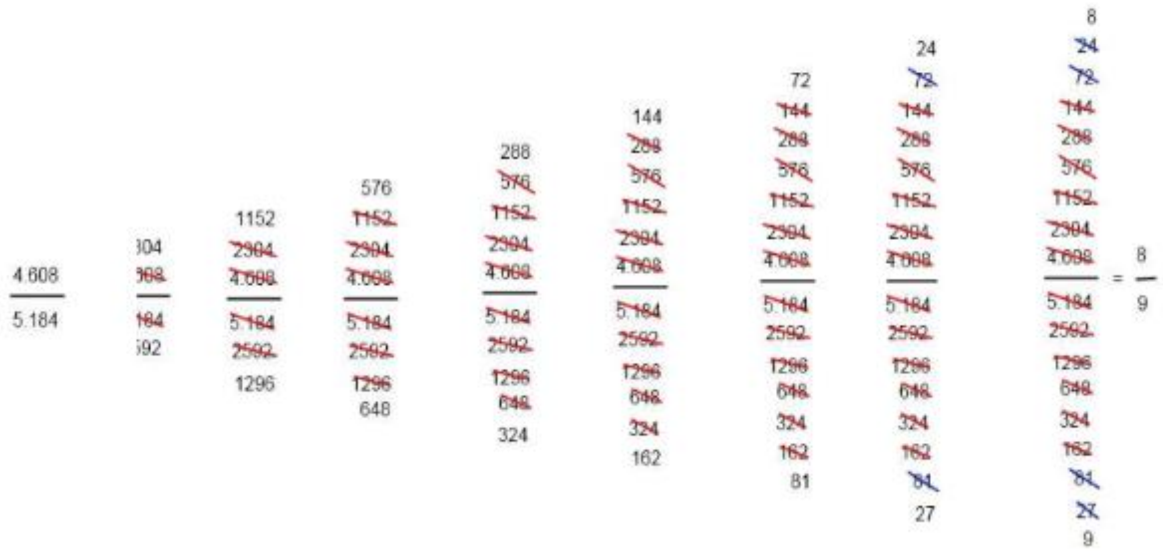
	144
2	72
2	36
2	18
2	9
3	3
3	1

De delers van 144 zijn:
2 x 2 = 4
2 x 2 x 2 = 8
2 x 2 x 2 x 2 = 16
3 x 3 = 9
2 x 3 = 6
2 x 3 x 3 = 18
2 x 2 x 3 = 12
2 x 2 x 2 x 3 = 24
2 x 2 x 2 x 2 x 3 = 48
3 x 3 x 2 x 2 = 36
3 x 3 x 2 x 2 x 2 = 72
3 x 3 x 2 x 2 x 2 x 2 = 144

Figuur 10. De delers van een getal zoeken. Links staat de ontbinding in factoren, rechts staan alle mogelijke combinaties van priemdelers en dus alle mogelijke delers van het getal.

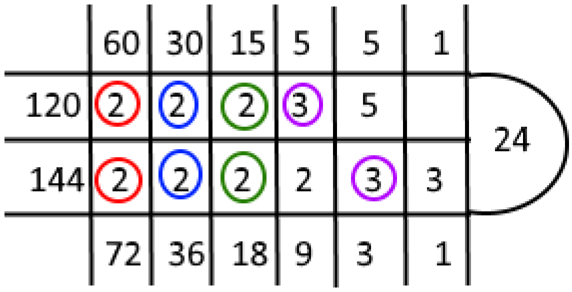
GROOTSTE GEMENE DELER (gemene =gemeenschappelijke)
Zie ook: https://www.cielen.eu/grootste-gemene-deler-twee-manieren-uitleg.pdf

Geef een breuk op en laat die vereenvoudigen met toepassing van de regels van deelbaarheid. De vraag luidt: door welke getallen kunnen teller EN noemer gedeeld worden? (Het voegwoord EN is hier weer zeer belangrijk).
De tweede vraag luidt: Wat is het grootste getal waardoor teller EN noemer gedeeld kunnen worden? Dat getal is de grootste gemene deler.



Figuur 11. Teller en noemer kun je vereenvoudigen door gebruik te maken van priemdelers te beginnen met 2, dan 3 enz.

Een breuk vereenvoudigen kan sneller door teller en noemer te delen door hun grootst mogelijke deler. Die grootste gemene deler zoeken we zo:
We ontbinden teller en noemer (bijvoorbeeld van de breuk 120/144) in priemfactoren.



Figuur 12. De grootste gemene deler zoeken van teller en noemer.

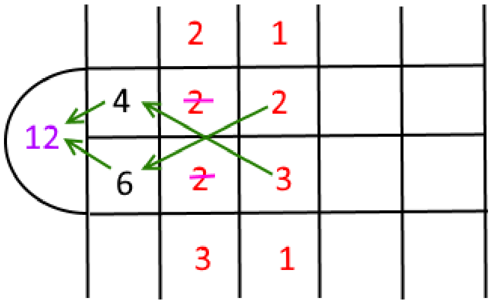
Werkwijze:
Ontbind 120 in priemfactoren, schrijf de uitkomst telkens boven het gebruikte priemgetal.
Ontbind 144 in priemfactoren. Schrijf de uitkomst telkens onder het gebruikte priemgetal.
Duid de gemeenschappelijke priemfactoren aan.
Vermenigvuldig de aangeduide priemfactoren van 1 rij met elkaar. Dit geeft de grootste gemene deler. Dit wil zeggen: we kunnen teller en noemer van deze breuk delen door dit getal om de breuk te herleiden tot haar eenvoudigste vorm.
De breuk 120/144 wordt dan 5/6.
Geef een aantal opgaven om op deze manier uit te werken.

KLEINSTE GEMEEN VEELVOUD (gemeen = gemeenschappelijk)
Zie ook: https://www.cielen.eu/kleinste-gemeen-veelvoud-eerste-methode-uitleg.pdf

Geef 2 breuken op met verschillende noemer.
Laat de breuken gelijknamig maken.
De vraag is: waar ontmoeten de tafels van de twee noemers elkaar?
De tweede vraag is: wat is het kleinste gemeenschappelijke getal in beide tafels?
Dat is het kleinste gemeen veelvoud.
Om de breuken 3/4 en 5/6 op te tellen of van elkaar af te trekken moeten we ze eerst gelijknamig maken. We zoeken daarvoor de veelvouden van 4 en van 6 en kijken welke veelvouden ze gemeenschappelijk hebben.

Tafel van 4 = 4 * 8 * 12 * 16 * 20 * 24 * 28 * 32 * 36 * 40 enz...
Tafel van 6 = 6 * 12 * 18 * 24 * 30 * 36 * 42 * 48 * 54 * 60 enz....

De gemeenschappelijke getallen in beide tafels zijn: 12, 24, 36 enz… Dit zijn de gemeenschappelijke veelvouden.
Het kleinste van deze veelvouden (waar deze twee tafels elkaar dus het eerst ontmoeten is 12.
Dit kunnen we ook vinden door de beide noemers te ontbinden in priemfactoren.



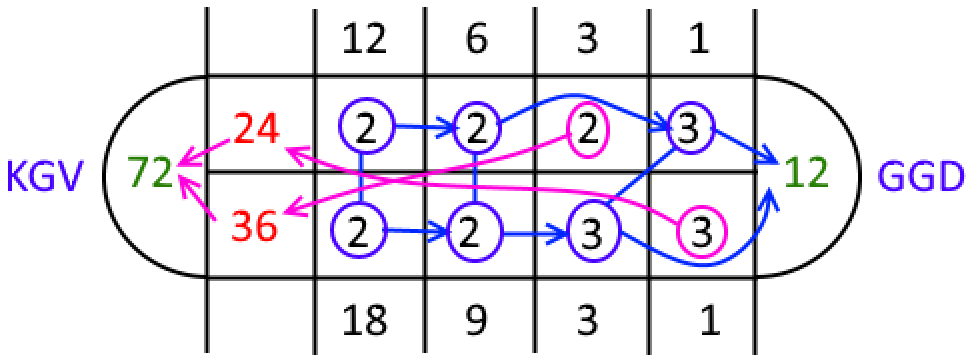
Figuur 13. De gemeenschappelijke delers zijn geschrapt, de resterende deler vermenigvuldigd met het andere getal levert het kleinste gemeen

Werkwijze:
Ontbind 4 en 6 in priemfactoren en zet de uitkomsten boven of onder het gebruikte priemgetal.
Duid de gemeenschappelijke priemfactoren aan of schrap ze.
De **overblijvende** priemfactoren van de bovenste rij vermenigvuldig je met het oorspronkelijke getal van de onderste rij (in dit geval 2 x 6).
De overblijvende priemfactoren van de onderste rij vermenigvuldig je met het oorspronkelijke getal van de bovenste rij (in dit geval 3 x 4).
Beide vermenigvuldigingen leveren hetzelfde getal op. Dat getal is het KGV.

GGD en KGV gecombineerd

Zie ook: https://www.cielen.eu/kleinste-gemeen-veelvoud-en-grootste-gemene-deler-tezamen.pdf

GGD en KGV kunnen in 1 oefening samengebracht worden. Links vinden we het KGV, rechts de GGD.



Figuur 14. KGV en GGD in één figuur. Het product van de gemeenschappelijke delers (blauw) levert de GGD. Het product van de resterende delers met het andere getal (roze) levert het KGV op.

5. TOEPASSINGEN OP DE REGELS VAN DEELBAARHEID

Geef enkele getallen op en laat onderzoeken of ze deelbaar zijn door de getallen waarvan de regel gekend is (2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 15, 25). Antwoord met Ja of Neen (J of N)

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15	18	25
35	N	N	N	J	N	J	N	N	N	N	N	N	N	N
182	J	N	N	N	N	J	N	N	N	N	N	N	N	N
544	J	N	J	N	N	N	J	N	N	N	N	N	N	N
1360	J	N	J	J	N	N	J	N	J	N	N	N	N	N

Figuur 15. Toepassing op de regels van deelbaarheid.

6. REGELS VAN DEELBAARHEID EN DE BINAIRE GETALLEN (facultatief)

Als de binaire getallen behandeld zijn in de rekenperiode kunnen ze gecombineerd worden met de regels van deelbaarheid.
Geef een getal op en laat onderzoeken of het deelbaar is door 2, 3 enz.
Antwoord met I of 0 (I = ja), (0 = neen).
Beschouw het antwoord (met I en 0) als een binair getal en laat het omzetten in een decimaal getal.
Als je acht delers opgeeft, dan geeft het antwoord een binair getal dat tevens een BYTE is.
Die byte kan dan omgezet worden in een ASCII-teken (de rij van ASCII-tekens is te vinden op internet. Google “asciicode” of Wikipedia).

Opgave 195: Deelbaarheid. Zet een | als het getal deelbaar is. Zet een 0 als het getal niet deelbaar is. Welk binair getal vind je telkens? Tel de binaire getallen op.

GETAL	Door 8	Door 11	Door 9	Door 5	Door 3	Door 6	Door 12	Door 4	Binair getal → decimaal getal
1.320	I	I	0	I	I	I	I	I	223
10.368	I	0	I	0	I	I	I	I	175
TEL OP →	I	I	I	I	I	I	I	I	255
	128	64	32	16	8	4	2	1	

Oefeningen over binaire getallen en ASCII-code vind je op bladzijde 57 en 59 van
https://www.cielen.eu/wiskunde-6e-klas-opgaven-2015-2016.pdf
Een voorbeeld (oefening op blz 59):

242. Zet je initialen om in binaire code. Tel op. Welk getal (decimaal) krijg je? Gebruik de ASCII-lijst van vorige week of zoek de lijst op http:/www.cielen.eu/ascii-code-alfabet-groot-en-klein.jpg

= Decimale getallen

initiaal											Mijn getal is:
initiaal											
SOM											

Voorbeeld met de initialen S.B.

										Decimale getallen	
initiaal	S	0	I	0	I	0	0	I	I	83	Mijn getal is:
initiaal	B	0	I	0	0	0	0	I	0	66	149
SOM		I	0	0	I	0	I	0	I	149	

Een beperkte lijst met ascii-codes vind je hier:
https://www.cielen.eu/ascii-code-alfabet-groot-en-klein.jpg