

1. REGELS VAN DEELBAARHEID.

Deelbaarheid door 10, 100, 1000

10: het laatste cijfer (= cijfer van de eenheden) is 0

100: laatste twee cijfers zijn 0 (cijfers van de eenheden en de tientallen)

1000: laatste drie cijfers zijn 0 (cijfers van de eenheden, tientallen en honderdtallen)

Memoriseren:

Een getal is deelbaar door 10 als het laatste cijfer een 0 is.

Of: Een getal is deelbaar door 10 als het eindigt op 0.

Een getal is deelbaar door 100 als de laatste twee cijfers nullen zijn.

Of: Een getal is deelbaar door 100 als het eindigt op 2 nullen.

Een getal is deelbaar door 1000 als de laatste 3 cijfers nullen zijn.

Of: Een getal is deelbaar door 1000 als het eindigt op 3 nullen.

Deelbaarheid door 2, 4 en 8

2: het laatste cijfer is even (het getal is even)

Memoriseren:

Een getal is deelbaar door 2 als het een even getal is.

Of: Een getal is deelbaar door 2 als het laatste cijfer gelijk is aan 0, 2, 4, 6 of 8

4: laatste twee cijfers vormen een getal dat in de tafel van 4 komt (daarom de tafel van 4 tot 100 opschrijven); *OF: het getal is tweemaal deelbaar door 2 OF: als je de laatste 2 cijfers deelt door 2 en de uitkomst is even, dan is het hele getal deelbaar door 4.*

Voorbeeld: 15.264. De laatste 2 cijfers gedeeld door 2 geven 32. Het getal is dus deelbaar door 4.

Voorbeeld 23.136 => 18. Dus deelbaar door 4.

Voorbeeld 65.782 => 41. Dus niet deelbaar door 4

Memoriseren:

Een getal is deelbaar door 4 als de laatste 2 cijfers tweemaal door 2 kunnen gedeeld worden.

Of: Een getal is deelbaar door 4 als de laatste twee cijfers gedeeld door 2 een even getal geven.

OPMERKING

Je kan het ook zo formuleren:

een even getal is deelbaar door 4 als het laatste cijfer in de tafel van 4 komt (0, 4 of 8), en het voorlaatste cijfer EVEN is. Een even getal is ook deelbaar door 4 als het laatste cijfer niet in de tafel van 4 komt (2 of 6) en het voorlaatste cijfer ONEVEN is.

8: de laatste drie cijfers vormen een getal dat in de tafel van 8 komt (daarom de tafel van 8 tot 1000 opschrijven). OF: *het getal is driemaal deelbaar door 2 OF: als je de laatste 3 cijfers tweemaal deelt door 2 en de uitkomst is even, dan is het hele getal deelbaar door 8.*

Voorbeeld: $23.\underline{136} \Rightarrow 68 \Rightarrow 34$: dus deelbaar door 8

Voorbeeld: $16.\underline{260} \Rightarrow 130 \Rightarrow 65$: niet deelbaar door 8

Voorbeeld: $65.\underline{782} \Rightarrow 391$: niet deelbaar door 8

Memoriseren

Een getal is deelbaar door 8 als de laatste 3 cijfers driemaal kunnen gedeeld worden door 2.

Of: Een getal is deelbaar door 8 als de laatste 3 cijfers gedeeld door 4 een even getal opleveren.

OPMERKING



Je kan het ook zo formuleren:

~~Een even getal is deelbaar door 8 als de laatste 2 cijfers in de tafel van 8 komen en het cijfer ervoor EVEN is. Een even getal is ook deelbaar door 8 als de laatste 2 cijfers niet in de tafel van 8 komen en het cijfer ervoor ONEVEN is. Op deze manier kan je heel snel weten of een getal al dan niet deelbaar is door 8 op voorwaarde dat je de tafel van 8 tot 100 kent.~~

ALGEMENE OPMERKING OVER DEELBAARHEID DOOR 2, 4 en 8

Voor het zoeken naar de regel van deelbaarheid door **2** stel je vast dat vanaf het getal **10** de cijfers van de eenheden herhaald worden. Je hoeft dus alleen het laatste cijfer te controleren op deelbaarheid door 2.

Voor het zoeken naar de regel van deelbaarheid door **4** stel je vast dat de cijfers van eenheden en tientallen herhaald worden vanaf het getal **100**. Je hoeft dus slechts de laatste 2 cijfers te controleren op deelbaarheid door 4.

Voor het zoeken naar de regel van deelbaarheid door **8** stel je vast dat de cijfers van eenheden, tientallen en honderdtallen herhaald worden vanaf het getal **1000**. Je hoeft dus slechts de laatste 3 cijfers te controleren op deelbaarheid door 8.

Opmerkelijk: 2 => staat in verband met 10 en 10 is binair gelijk aan 2

4 => staat in verband met 100 en 100 is binair gelijk aan 4

8 => staat in verband met 1000 en 1000 is binair gelijk aan 8

Deelbaarheid door 3 en 9 (let op het voegwoord OF)

3: als de getalwortel gelijk is aan 0, 3, 6 of 9. (= als de som van de cijfers gelijk is aan 3, 6 of 9). *Om de getalwortel snel te vinden mag je de cijfers 0, 3, 6 en 9 in het getal schrappen. Wat overblijft tel je op.*

Voorbeeld: $15.863 \Rightarrow 3$ valt weg; 6 valt weg; 1 plus 5 is 6, valt ook weg. Blijft 8 over. Dus niet deelbaar door 3.

Voorbeeld: $45.396 \Rightarrow 6$ valt weg, 9 valt weg, 3 valt weg, 4 plus 5 is 9 valt weg. Blijft 0 over. Dus deelbaar door 3.

Memoriseren:

Een getal is deelbaar door 3 als de getalwortel gelijk is aan 0, 3, 6 of 9.

9: als de getalwortel gelijk is aan 0 of 9 (= als de som van de cijfers gelijk is aan 9). *Om de getalwortel snel te vinden mag je de cijfers 0 en 9 in het getal schrappen. Wat overblijft tel je op.*

Voorbeeld: 21.486 => 1 plus 8 is 9 valt weg. Blijft over: 2 plus 4 plus 6 = 12 = 3.

Niet deelbaar door 9.

Voorbeeld: 39.546 => 3 plus 6 = 9 valt weg, 9 valt weg, 5 plus 4 = 9 valt weg.

Blijft 0 over: dus deelbaar door 9.

Memoriseren

Een getal is deelbaar door 9 als de getalwortel gelijk is aan 0 of 9.

Deelbaarheid door 5, 25, 125

5: als het getal eindigt op 5

Memoriseren:

Een getal is deelbaar door 5 als het eindigt op 0 of 5.

25: als het getal eindigt op 25, 50, 75 of 00

Memoriseren

Een getal is deelbaar door 25 als het eindigt op 25, 50, 75 of 00.

125: als het getal eindigt op 125, 250, 375, 500, 625, 750, 875 of 000

Deelbaarheid door 125 moet niet per se geleerd worden, maar is wel handig omdat het parallel loopt met $1/8$ (= 0.125), $2/8$ (= 0.250), $3/8$ (= 0.375) enz.

Deelbaarheid door 6, 12 en 15 (let op het voegwoord EN)

6: als het getal deelbaar is door 2 EN 3. OF: *als het een even getal is waarvan de getalwortel gelijk is aan 0, 3, 6 of 9.*

Voorbeeld: 1.566 is een even getal waarvan de getalwortel gelijk is aan 0 (of 9).

Het getal is dus deelbaar door 6.

Memoriseren:

Een getal is deelbaar door 6 als het deelbaar is door 2 EN 3.

12: als het getal deelbaar is door 3 EN 4. OF: *als de laatste 2 cijfers tweemaal deelbaar zijn door 2 en de getalwortel is 0, 3, 6 of 9.*

Voorbeeld: 57.153 => laatste 2 cijfers zijn niet deelbaar door 2. Dus sowieso niet door 4. Dus niet deelbaar door 12. Het getal moet dus zeker even zijn.

Voorbeeld: 57.156 => 28 => 14. De getalwortel is 3. Dus het getal is deelbaar door 12.

Memoriseren:

Een getal is deelbaar door 12 als het deelbaar is door 3 EN 4.

15: als het getal deelbaar is door 3 EN 5. OF: *als het getal eindigt op 5 en de getalwortel is gelijk aan 0, 3, 6 of 9.*

Voorbeeld: 5.735 => getalwortel is 20 = 2. Dus niet deelbaar door 15.

Voorbeeld: 7.695 => getalwortel is 0. Dus deelbaar door 15.

Memoriseren

Een getal is deelbaar door 15 als het deelbaar is door 3 en 5.

Deelbaarheid door 11

Eerst de tafel van 11 opschrijven tot voorbij 100. Dan kijken hoe het zit met de cijfers. Beneden 100 geeft het verschil van de cijfers steeds 0. Boven 100 (getallen met 3 cijfers): de twee uiterste cijfers samentellen en het middelste cijfer ervan aftrekken. Die uitkomst is steeds 0 of 11. Bij getallen boven 1.000 zie je dat de som van de cijfers op de even plaatsen MIN de som van de cijfers op de oneven plaatsen gelijk is aan 0 of 11.

Memoriseren:

Een getal is deelbaar door 11 als de som van de cijfers op de even plaatsen MIN de som van de cijfers op de oneven plaatsen gelijk is aan 0 of 11.

Voorbeeld: 21.458.567 => som van de cijfers op de even plaatsen is 18. De som van de cijfers op de oneven plaatsen is 20. Het verschil => 20-18=2. Het getal is niet deelbaar door 11.

Voorbeeld: 21.468.667 => 20 - 20 = 0. Dit getal is wel deelbaar door 11.

Deelbaarheid door 18

18: als het getal deelbaar is door 2 EN 9, OF *als het een even getal is waarvan de getalwortel gelijk is aan 9.*

Voorbeeld: 21.467.628=> even getal, getalwortel = 0. Dus deelbaar door 18.

Memoriseren

Een getal is deelbaar door 18 als het deelbaar is door 2 EN 9.

Deelbaarheid door 7 wordt niet gedaan. Het is eenvoudiger om de staartdeling maken. Handig hierbij is om de staartdeling door 7 uit het hoofd te leren maken (zonder te noteren).

Voorbeeld: 21.467.628 : 7 => 21 : 7 = 3 is oké, valt weg. 46 => 42 blijft 4 over. Dan krijgen we 47 => 42, blijft 5 over. Dan hebben we 56. Is oké. Dan nemen we 28: is oké. Het getal is deelbaar door 7.

2. ALLE DELERS VAN EEN GETAL (ook 1 en het getal zelf).

De delers van alle getallen tussen 1 en 100 opschrijven. Zonder gebruik te maken van een rekentoestel. Pas de regels van deelbaarheid toe of maak de deling.

Noteer op de volgende manier met voldoende spatie tussen de oefeningen zowel links als rechts als onderaan.

1 1	2 1 2	3 1 3	4 1 2 4	5 1 5
6 1 2 3 6	7 1 7	8 1 2 4 8	9 1 3 9	10 1 2 5 10

Priemgetallen (het woord priemgetal is ontleend aan het Duitse Primzahl = eerste getal)

De getallen die slechts 2 delers hebben, namelijk 1 en zichzelf zijn priemgetallen. Dat wil zeggen dat zij de eerste getallen zijn van een nieuwe getallenrij of tafel.

In de reeks van 1 tot 100 alle priemgetallen aanduiden (zie vorige opgave)

1 1	PRIEM 2 1 2	PRIEM 3 1 3	4 1 2 4	PRIEM 5 1 5
6 1 2 3 6	PRIEM 7 1 7	8 1 2 4 8	9 1 3 9	10 1 2 5 10

De zeef van Eratosthenes

Schrijf in een rooster alle getallen van 1 tot 200 (in het voorbeeld hieronder is de rooster ingevuld tot 100).

Schrap alle veelvouden van 2 (2 zelf niet schrappen want is eerste getal = priemgetal). Het getal 1 blijft buiten beschouwing, want heeft slechts 1 deler.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Schrap alle veelvouden van 3 (3 zelf niet schrappen want is eerste getal = priemgetal)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Schrap alle veelvouden van 5 (5 niet want is priem)

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Schrap alle veelvouden van 7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Doe zo voort met elk volgend getal dat nog niet geschrapt werd.
Als het hele rooster is afgewerkt, blijven alleen de priemgetallen over, al de andere zijn geschrapt.

Memoriseren: Leer de priemgetallen tot 200 uit het hoofd.

Omkering van de priemgetallen

de breuk uitrekenen als deling. De periode na de komma aanduiden.

$$\frac{1}{2} = 0.5 \text{ (geen periode)}$$

$$\frac{1}{3} = 0.333 \text{ (periode is 3)}$$

$$\frac{1}{5} = 0.2 \text{ (geen periode)}$$

$$\frac{1}{7} = 0.\underline{142857}142857$$

enzovoort laten uitrekenen tot 97 (staartdelingen maken en zoveel cijfers na de komma gebruiken tot de periode zichtbaar wordt).

Het aantal cijfers van de periode bij volgende priemgetallen:

Alleen die beneden 100 laten uitrekenen. De andere zijn hier als extraatje gegeven.

3 (1/3) => de periode bestaat uit 1 cijfer

11 => de periode bestaat uit 2 cijfers

37 => de periode bestaat uit 3 cijfers

101 => de periode bestaat uit 4 cijfers

41 => 5 cijfers

7 en 13 => 6 cijfers

239 => 7 cijfers

... (8 cijfers)

733.667 (9 cijfers)

9.901 (12 cijfers)

53 (13 cijfers)

909.091 (14 cijfers)

31 (15 cijfers)
17 (16 cijfers)
2.071.723 (17 cijfers)
19 (17 cijfers)
1.111.111.111.111.111 (19 cijfers)

(voor de grote getallen een rekentoestel gebruiken of op de computer uitrekenen met een rekenprogramma zoals Excel).

DE PERIODE VAN HET PRIEMGETAL 7 is bijzonder. Laten uitrekenen en de uitkomsten bekijken en zien wat er opvalt.

$$1/7 = 0.142857.142857 \text{ enz.}$$

$$2/7 = 0.285714.285714 \text{ enz}$$

$$3/7 = 0.428571.428571 \text{ enz}$$

$$4/7 = 0.571428.571428 \text{ enz}$$

$$5/7 = 0.714285.714285 \text{ enz.}$$

$$6/7 = 0.857142.857142 \text{ enz.}$$

$$7/7 = 1$$

3. DE DELERS VAN EEN GETAL (*het getal zelf wordt hier niet als deler beschouwd*).

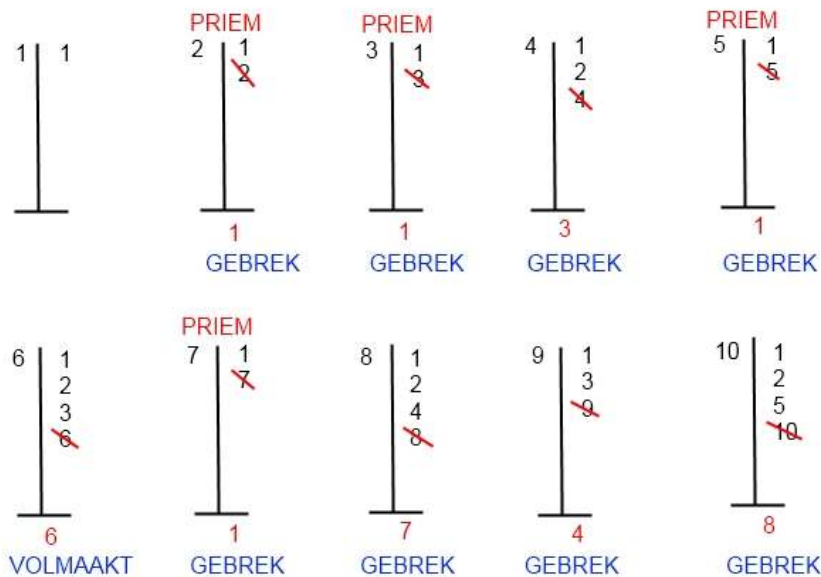
Gebrekkige, overvloedige en volmaakte getallen.

Gebrekkig: als de som van de delers kleiner is dan het getal

Overvloedig: als de som van de delers groter is dan het getal

Volmaakt: als de som van de delers gelijk is aan het getal.

Bij alle getallen van de vorige opgave (delers van 1 tot 100) noteren welke gebrekkig, overvloedig of volmaakt zijn. Het getal zelf niet als deler meetellen (die deler doorstrepen).



Vertellen over Pythagoras en zijn heilige getallen. Heilige getallen zijn volmaakte getallen - veel info hierover te vinden via Google "volmaakt getal". Het getal 10 is ook een heilig getal bij Pythagoras, maar is niet volmaakt. Dat getal wordt behandeld in de zesde klas, bij aanvang van de procentberekening.

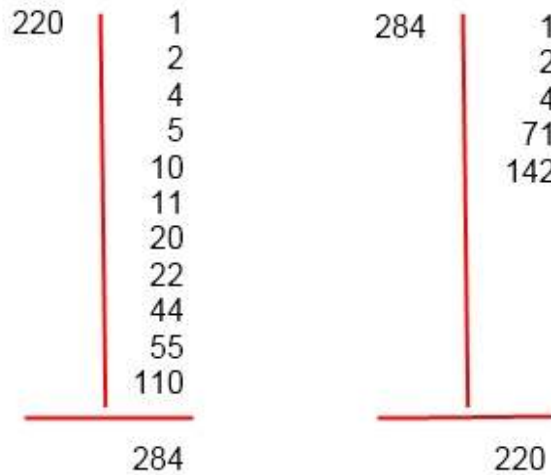
Bevriende getallen

Twee getallen. De som van de delers van het eerste getal is gelijk aan het tweede getal. De som van de delers van het tweede getal is gelijk aan het eerste getal.

Oudst bekende koppel van bevriende getallen is: 220 en 284 (Pythagoras)

Andere koppels van bevriende getallen:

- 1.184 en 1.210
- 2.620 en 2.924
- 5.020 en 5.564
- 6.232 en 6.368
- 10.744 en 10.856
- 12.285 en 14.959



Geef enkele koppels van getallen op waarbij sommige koppels wél en andere niet bevriend zijn. Hierbij mag het rekentoestel gebruikt worden vanaf deler 13. De kinderen leren daarbij ook het gebruik van de M-toets op het rekentoestel. Het te delen getal wordt in Memory gezet met <M+>. Dan de berekening maken. Berekening verwijderen met de CE-toets. Met <MRC> het getal weer oproepen en dan de volgende deling maken. Met <ON/AC> wordt het geheugen gewist.

4. DE DELERS VAN EEN GETAL *(1 en het getal zelf doen niet mee)*

Toepassing op regels van deelbaarheid en gebruik maken van rekentoestel (vanaf deler 13).

De delers van een getal zoeken: eerste methode

Zet het getal boven een verticale lijn. Met toepassing van de regels van deelbaarheid de delers zoeken (die zet je links van de verticale lijn). Vanaf deler 13 mag een rekentoestel gebruikt worden. De uitkomsten zet je rechts van de verticale lijn.

Laat zien dat op een bepaald moment de rij van delers hetzelfde is als de rij van de uitkomsten (vanaf deler 18 en uitkomst 26). De uitkomsten zijn namelijk ook delers van het getal. Het gevolg daarvan is dat je niet de hele rij van delers moet zoeken, maar op een bepaald moment de uitkomsten ook als delers kunt nemen.

De oefening kan er dus zo uit zien, waarbij de getallen links en rechts van de lijn delers zijn van 468. :



Een breuk vereenvoudigen kan sneller door T en N te delen door hun grootst mogelijke deler. Die Grootste Gemene Deler zoeken we zo:

We ontbinden T en N (bijvoorbeeld van de breuk 120/144) in priemfactoren.

		60	30	15	5	5	1	
120	120	2	2	2	3	5		24
144	144	2	2	2	2	3	3	
		72	36	18	9	3	1	

Werkwijze:

ontbind 120 in priemfactoren, schrijf de uitkomst telkens boven het gebruikte priemgetal.

Ontbind 144 in priemfactoren. Schrijf de uitkomst telkens onder het gebruikte priemgetal.

Duid de gemeenschappelijke priemfactoren aan.

Vermenigvuldig de aangeduide priemfactoren van 1 rij met elkaar. Dit geeft de Grootste Gemene Deler. Dit wil zeggen: we kunnen teller en noemer van deze breuk delen door dit getal om de breuk te herleiden tot haar eenvoudigste vorm.

De breuk 120/144 wordt dan 5/6

Geef een aantal opgaven om op deze manier uit te werken.

KLEINSTE GEMEEN VEELVOUD (gemeen = gemeenschappelijk)

Geef 2 breuken op met verschillende noemer.

Laat de breuken gelijknamig maken.

De vraag is: waar ontmoeten de tafels van de twee noemers elkaar?

De tweede vraag is: wat is het kleinste gemeenschappelijke getal in beide tafels?

Dat is het Kleinste Gemeen Veelvoud.

Om de breuken 3/4 en 5/6 op te tellen of van elkaar af te trekken moeten we ze eerst gelijknamig maken. We zoeken daarvoor de veelvouden van 4 en van 6 en kijken welke veelvouden ze gemeenschappelijk hebben.

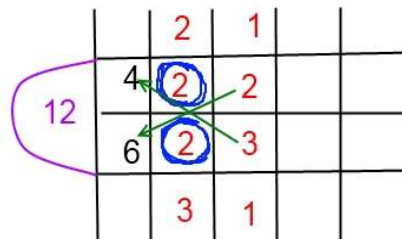
Tafel van 4 = 4 * 8 * 12 * 16 * 20 * 24 * 28 * 32 * 36 * 40 enz...

Tafel van 6 = 6 * 12 * 18 * 24 * 30 * 36 * 42 * 48 * 54 * 60 enz....

De gemeenschappelijke getallen in beide tafels zijn: 12, 24, 36 enz.. Dit zijn de gemeenschappelijke veelvouden.

Het kleinste van deze veelvouden (waar deze twee tafels elkaar dus het eerst ontmoeten is 12.

Dit kunnen we ook vinden door de beide noemers te ontbinden in priemfactoren.



Werkwijze:

Ontbind 4 en 6 in priemfactoren en zet de uitkomsten boven of onder het gebruikte priemgetal.

Duid de gemeenschappelijke priemfactoren aan of schrap ze.

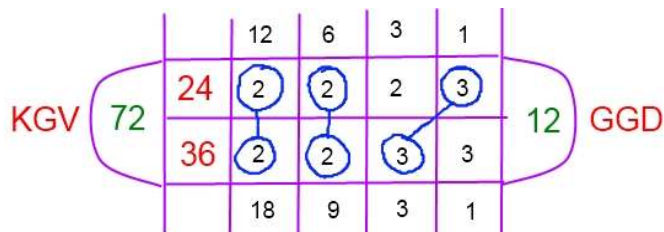
De **overblijvende** priemfactoren van de bovenste rij vermenigvuldig je met het oorspronkelijke getal van de onderste rij (in dit geval 2×6).

De overblijvende priemfactoren van de onderste rij vermenigvuldig je met het oorspronkelijke getal van de bovenste rij (in dit geval 3×4).

Beide vermenigvuldigingen leveren hetzelfde getal op. Dat getal is het KGV.

GGD en KGV gecombineerd

GGD en KGV kunnen in 1 oefening samengebracht worden. Links vinden we het KGV, rechts de GGD.



5. TOEPASSINGEN OP DE REGELS VAN DEELBAARHEID

Geef enkele getallen op en laat onderzoeken of ze deelbaar zijn door de getallen waarvan de regel gekend is (2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 11, 12, 15, 25) ook 7 mag in die rij gebruikt worden.

Antwoord met Ja of Neen (J of N)

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	15	18	25
35	N	N	N	J	N	J	N	N	N	N	N	N	N	N
182	J	N	N	N	N	J	N	N	N	N	N	N	N	N
544	J	N	J	N								
1360	J	N	J	J								

6. REGELS VAN DEELBAARHEID EN DE BINAIRE GETALLEN (facultatief)

Als de binaire getallen behandeld zijn in de rekenperiode kunnen ze gecombineerd worden met de regels van deelbaarheid.

Geef een getal op en laat onderzoeken of het deelbaar is door 2, 3 enz.

Antwoord met 1 of 0 (1 = ja), (0 = neen).

Beschouw het antwoord (met 1 en 0) als een binair getal en laat het omzetten in een decimaal getal.

Als je acht delers opgeeft, dan geeft het antwoord een binair getal dat tevens een BYTE is. Die kan dan omgezet worden in een ASCII-teken (de rij van ASCII-tekens is te vinden op internet. Google "asciicode" of Wikipedia).