

HOE KRIJGEN KINDEREN INZICHT IN DE TAFELS VAN VERMENIGVULDIGING?

Bij het leren van de tafels van vermenigvuldiging en deling zijn er drie facetten:

Tellen

Oefenen

Bewegen (ritme)

TELLEN

Tellen gaat vooraf aan het rekenen. Rekenen begint daar waar het tellen ophoudt. Maar hoe ga je van het tellen over op het rekenen?

Als een kind telt, maakt het in feite een getallenrij waarbij steeds 1 wordt toegevoegd aan het vorige getal: 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 enz. Het is een reeks met als basis +1.

Het verschil tussen twee opeenvolgende getallen in deze reeks is 1. Zo kun je de reeks dus ook in de andere volgorde zeggen: 10 – 9 – 8 – 7 enz.

Maar dit is nog geen rekenen. Dit is tellen. Door te tellen kun je verschillende hoeveelheden met elkaar vergelijken, maar hoe groter die hoeveelheden, hoe meer telwerk er te doen valt en hoe groter de kans op vergissingen. In zijn methodische adviezen voor het rekenen ging Steiner – die wel een aantal zeer zinvolle adviezen heeft gegeven - uit van het tellen van grote hoeveelheden (met vlierbolletjes) en dat is nu net een systeem dat niet bijdraagt aan het leren rekenen.

Omdat een kind bij de aanvang van de eerste klas meestal kan tellen, vertrek je bij het rekenen ook van dit tellen, maar niet het tellen één voor één, maar per 2 of per 3 enz. Zo ontstaan getallenrijen ofte getallenreeksen waarbij het verschil tussen twee opeenvolgende getallen niet 1 is, maar 2 of 3 of 4 enz. Dit gebeurt aan de hand van materialen.

Het telmateriaal is ongeordend.

Voorbeeld: een doos met noten. Je kunt de noten per 2 of per 3 of ... tellen om te weten hoeveel noten er in de doos zitten.

Bij deze manier van tellen is de kans op fouten nog steeds groot. Toch is het zinvol om dit te doen, zodat de kinderen het tellen per 2 of 3 of ... oefenen.

Het telmateriaal is geordend.

Dit is een typisch menselijke aanpak. Dieren doen dit niet.

Geef dus geen rekenopgave zoals deze (die ik in enkele klassen heb gezien): een eekhoorn verstoopt noten in holten in een boomstam. In elke holte stopt hij 2 noten. Hoeveel noten heeft hij verstoopt in 4 holten van de boom?

In deze opgave zitten minstens twee denkfouten:

1. Eekhoorns verstoppen noten niet in holtes van bomen.

2. Eekhoorns verstoppen noten niet per twee noten. Ze doen dat noot per noot.

Voorbeeld: in de schoolkeuken staat een rij glazen per 2 gestapeld (twee glazen in elkaar). Hoeveel glazen staan er op het rek? Die tel je zo: 2 – 4 – 6 – 8 – 10 ...

De theekopjes staan per 3 gestapeld. Je telt ze dus zo: 3 – 6 – 9 – 12 ...

De borden staan op stapels van 10. Hoeveel borden staan er op het rek? 10 – 20 – 30 – 40 ...

In deze drie voorbeelden gaat het om **rijen** van voorwerpen.

Maar voorwerpen kunnen ook **oppervlaktes** vormen. In een bak water van 12 flessen staan de flessen geordend op rijen van 3, maar ook op rijen van 4, afhankelijk van hoe je de bak bekijkt.



Er zitten 12 flessen in de krat. Je kunt ze tellen per 3 of per 4. Zo krijg je een getallenrij van 3 en een getallenrij van 4.



In deze cluster zitten 24 flessen. Je kunt ze op twee manieren tellen: per 4 of per 6. Zo krijg je de getallenrij van 4 en de getallenrij van 6.

Er zijn tal van mogelijkheden om op deze manier voorwerpen te tellen, want winkels verpakken producten in clusters van een bepaalde hoeveelheid.

Zie deze voorbeelden:



Hoe tel je deze eieren? Per 6: 6 – 12 – 18 ...



De rondellen zijn per 7 verpakt. Je telt per 7: 7 – 14 - 21 – 28 - 35 - 42 ...

Als je wat rondkijkt in supermarkten en doe-het-zelfzaken vind je meer dan voldoende telmateriaal. Dit telmateriaal is alleszins beter dan het specifieke didactische materiaal dat doorgaans op scholen wordt gebruikt (en veel geld kost).

Het is bovendien ook niet nodig om van elk product 10 dozen of zakjes te kopen. Je kunt er enkele kopen en verder werken met foto's (je maakt een foto van een verpakking, print die een aantal keer uit en legt ze naast de originele verpakking).



Je koopt één of twee pakjes potloden en legt de geprinte foto's ernaast. Zo tel je:
8 – 16 – 24 – 32 – 40 – 48 – 56 ...

Aanvankelijk laat je vooral tellen per 2, 3, 4 enz. zonder verdere vragen.

Dan komt de volgende stap: de **overgang van tellen naar rekenen**.

Als het tellen voldoende vlot gaat, onderbreek je op bepaalde plaatsen het tellen en stel je vragen. Bijvoorbeeld zo bij het tellen van de eieren:

6 – 12 – 18 - STOP.

Hoeveel eieren heb je geteld? 18

Hoeveel dozen van 6 eieren zijn dat? 3

18 eieren zijn? 3 dozen van 6 eieren.

18 gedeeld door 3 is? 6.

3 dozen van 6 eieren. Hoeveel eieren zijn dat? 18

3 keer 6 eieren is? 18 eieren.

3 keer 6 is? 18.

Wat valt er op?

De vraag gaat uit van het geheel en je krijgt in de eerste plaats een deling.

Daarna pas komt de vermenigvuldiging.

Advies

Als je met een nieuwe getallenrij (tafel) begint, gebruik je eerst grote voorwerpen. Voor de tafel van 3 neem je bijvoorbeeld clusterverpakkingen of kratten met (gevulde) flessen of andere grote en ± zware voorwerpen. De kinderen moeten enige moeite doen om ze te versjouwen, te stapelen enz.

Later laat je kinderen die problemen hebben met de schriftelijke opgaven (bv. ze moeten $3 \times 4 =$ oplossen) werken met deze zware en grote voorwerpen. Ik gebruikte daarvoor dikke schijven van boomstammen.

Daarna gebruik je kleinere voorwerpen en afbeeldingen.

Laat nooit de oplossing aan de hand van voorwerpen uitzoeken op de eigen bank/tafel, maar zorg dat het telmateriaal ver genoeg ervan verwijderd is. De kinderen moeten leren de opgave te onthouden en vervolgens ook de uitkomst te onthouden.

Het tellen per 2, 3 enz. kan ook nog op een andere manier. Vensters zijn dikwijls onderverdeeld in ruitjes. Soms 2 rijen, soms 3 of meer. Die kun je ook per 2 of 3 enz. tellen.

In de klas zijn er bijvoorbeeld 4 vensters die elk onderverdeeld zijn in 4 ruiten. Dan tel je per venster: 4 – 8 – 12 – 16.



Zulke onderverdelingen vind je ook in deuren, deuren van kasten, enz. Maak zo veel mogelijk gebruik van alle mogelijke vormen en materialen in de omgeving om getallenrijen te tellen.

Aan het tellen per 2, 3, 4 enz. met materialen kun je ook een esthetisch, **kunstzinnig aspect** koppelen. Dit gebeurt al vanaf de eerste week in de eerste klas, dus nog lang vóór de kinderen met het leren van de maal- en deeltafels beginnen.

Voorbeeld:

Leerkracht: leg 3 potloden op tafel.

L: maak er een mooie figuur mee. De kinderen laten hun fantasie werken: driehoek, of een figuur zoals het Romeinse cijfer I of naar keuze.

Hoeveel potloden liggen er? 3.

Leg de 3 potloden naast elkaar.

Leg er 1 potlood bij.

Hoeveel potloden liggen er nu? 4

Hoeveel heb je er bijgedaan? 1

Maak een mooie figuur met de 4 potloden.

Hoe dikwijls ligt er 4? 1 keer.

Leg de 4 potloden zo dat ik kan zien dat er **twee keer twee** ligt. De kinderen zoeken zelf een figuur uit die 2 x 2 oplevert.



of



of



of ...

Hoeveel is 2 keer 2? 4

Hoe dikwijls heb je 2 potloden gelegd? 2 keer

4 potloden dat is? 2 keer 2 potloden

4 is? 2 keer 2.

4 kun je verdelen in 2 keer 2 potloden.

4 gedeeld door 2 is? 2

Zo krijg je bijvoorbeeld $3 \times 2 = 6$ als een figuur:



en $5 \times 2 = 10$:



Hoe hoger het basisgetal van de rij, hoe mooier en complexer de figuren worden.

De kinderen zoeken altijd zelf naar geschikte figuren, de leerkracht doet dit NOOIT voor.

Als je zulke opgaven dagelijks geeft (enkele per dag) komt het inzicht in de tafels als vanzelf tegen de tijd dat je echt met het leren van de maal- en deeltafels begint.

Stel steeds korte en gerichte vragen die uitmonden in vermenigvuldigen en delen. **Altijd vermenigvuldiging en deling tezamen oefenen.**

Deze opgaven gebeuren steeds in een goed tempo. Nooit vertragen, altijd doorgaan, ook als niet alle kinderen de figuren gelegd hebben. Later in de les, als de kinderen individueel aan het werk zijn, kun je met enkele kinderen apart deze oefeningen doen. Je kunt dit ook met 2 of 3 of 4 kinderen tezamen doen, maar zorg dan dat er niet een groepje van trage of zwakke rekenaars ontstaat. Daarom stel je het groepje alle dagen anders samen, nu en dan ook met een goede rekenaar erbij.

Om inzicht in de maal- en deeltafels te krijgen is **taal** zeer belangrijk. Je kunt dus vragen: leg twee keer drie, maar ook: leg drie keer twee en: leg één keer zes en: leg zes keer één. Dit levert telkens een ander beeld op. Om die reden is het woord keer beter dan het woord maal. Maar het kan geen kwaad om de twee woorden door elkaar te gebruiken.

Telmateriaal

Voorwerpen uit keuken, winkel enz. en andere gebruiksvoorwerpen.

Groot en zwaar telmateriaal op afstand. Waarom?

Ze verplichten om opgave en uitkomst te onthouden.

Het rekenen gaat gepaard met fysieke inspanning, waardoor niet alleen het denken aangesproken wordt.

Het rekenen gaat gepaard met beweging. Het is vrije beweging (niet ritmisch, niet klassikaal) en werkt ontspannend. Het gaat de stress van het rekenen tegen.

Potloden, waskrijtjes. Waarom?

Omdat de kinderen die toch steeds bij de hand hebben.

Legoblokjes Waarom?

Ze bestaan in verschillende formaten. Met 2, 4, 6 toppen enz.

Ze kunnen gemakkelijk gestapeld worden.

Ze kunnen dienen bij het maken van getallenrijen, maar ook bij het oplossen van schriftelijke opgaven.

OEFENEN

Vanaf de eerste dagen van de eerste rekenperiode in de eerste klas geef je schriftelijke oefeningen op over de vier hoofdbewerkingen (=advies van Steiner). Je hebt natuurlijk deze oefeningen eerst voorbereid (zoals onder andere in wat hierboven geschreven is) en klassikaal uitgerekend.

Er staan dus ook opgaven over vermenigvuldigen en delen op het bord.

Voorbeeld:

Het getal 4 is het thema van de les geweest. Op het bord staat o.a. dit tussen de oefeningen: $2 \times 2 =$
In de opmaat van de voorafgaande weken hebben de kinderen al geleerd dat ze dit kunnen leggen met potloden of met andere materialen. Kennen ze nu de uitkomst niet, dan zoeken ze zelfstandig met materiaal de uitkomst en vullen die in. De kinderen zoeken de uitkomst nooit op hun plaats, maar op een andere plek in de klas of beter nog, in de gang of op de speelplaats (schoolplein) zodat ze zowel de opgave als de uitkomst moeten onthouden.

Het is zéér zinvol om opgaven meer dan één keer op te geven. Als je bijvoorbeeld 20 of 24 opgaven geeft, dan mag daar gerust 2 of 3 keer dezelfde opgave tussen staan. Dit bevordert het geheugen. En kinderen met rekenproblemen gaan na verloop van tijd toch inzien dat ze de uitkomst al kennen, zonder materialen te gebruiken.

Mondeling oefenen van maal- en deeltafels.

Elke ochtend in de opmaat (ook buiten rekenperiodes) zitten er enkele opgaven in de mondelinge herhaling. Vanaf het begin opgaven door elkaar, zowel + als – als x en :

Dagelijks minstens één kort rekenverhaal (vraagstukje) met daarin x en :

Getallenrijen (getallenreeksen) zeggen: zie volgend hoofdstuk: BEWEGEN.

Maal- en deeltafels zeggen: zie volgend hoofdstuk: BEWEGEN.

Schriftelijk oefenen van maal- en deeltafels.

Vanaf het begin opgaven door elkaar over de vier hoofdbewerkingen.

Dezelfde opgave mag verschillende keren binnen één les terugkeren.

Véél schriftelijke opgaven geven: zowel met gebruik van materialen als zonder.

Stimuleer het werken zonder materialen, behalve voor kinderen die nog geen inzicht hebben in de tafels.

Geef meer oefeningen over delen dan over vermenigvuldigen. Wie vlot de deeloefeningen oplost, kent de maaltafels.

Als kinderen de opgaven van het bord overschrijven, laat hen dan niet eerst alle opgaven overschrijven, maar beperk dit. Bijvoorbeeld zo: schrijf 4 opgaven over en los ze op; dan weer 4 opgaven en oplossen enz.

Gebruik van tafelkaarten en ander oefenmateriaal

Tafelkaarten met aan de ene zijde de opgave en aan de andere kant de oplossing kunnen tussendoor gebruikt worden, maar **er gaat niets boven het zelf opschrijven** van de oefeningen en de uitkomsten.

Computer

Is zeer zinvol om veel en snel te oefenen.

Alleen als aanvulling op het schriftelijk werk.

De kinderen kunnen zelf vaststellen hoe ze vorderen in kennis en tempo.

Alleen computeroefeningen zonder toeters en bellen gebruiken. Apps met veel tralala leiden te veel af en gaan snel vervelen.

BEWEGEN

Ondanks het feit dat vele leerkrachten eindeloos maal- en deeltafels klassikaal oefenen met klappen, stappen, stampen, springen enz. lukt het niet om de kinderen inzicht in de tafels bij te brengen en zelfs niet om de tafels uit het hoofd te leren. **Alleen individuele oefeningen ondersteunen inzicht en kennis.** Al het klassikale oefenen met beweging is ondersteuning van datgene wat individueel gebeurt.

Ritme

Essentieel bij het bewegen ter ondersteuning van het oefenen van maal- en deeltafels is ritme, omdat daardoor de kinderen in een bepaalde flow of stroom komen die enthousiasmerend en sociaalvormend kan zijn en hen het gevoel geven dat ze meekunnen in de groep, wat dan weer een stimulans is om zich nog wat beter toe te leggen op het oefenen van de tafels.

Getallenreeksen (getallenrijen).

Aanvankelijk (begin eerste klas) oefen je klassikaal vooral getallenrijen. Die kun je op de volgende manier opbouwen. Het opzeggen van de getallenrijen wordt steeds ondersteund door gebaren en/of beweging. De zachte of verzwegen getallen krijgen geen (of ingehouden) beweging of gebaar, de andere getallen wel. In de voorbeelden hieronder zijn de benadrukte getallen vet gedrukt en onderlijnd.

Welk gebaar of beweging?

Zachte stap – **harde stap.**

Kabouterstap – **reuzenstap.**

Handen open – **klap in de handen.**

Door de knieën zakken – **opspringen** (al dan niet met klap in de handen).

Vingertoppen van de eigenen handen tegen elkaar – **high five met ander kind.**

Stappen van figuur (bijvoorbeeld getallenrij van 3):

1: stap naar achteren

2: stap naar links (of rechts)

3: stap naar voren.

4: zoals 1

5: zoals 2

6 zoals 3 enz.

Aanraken van lichaamsdelen (bijvoorbeeld getallenrij van 3):

1: handen op de knieën

2: handen in de zij

3: handen op het hoofd.

Enz.

1. Door de tussenliggende getallen zacht te zeggen of te verzwijgen.

1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10

1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10

1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10

2. De getallenrijen opgaand en afgaand zeggen.

1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10 gevolgd door 10 – 9 – 8 – 7 – 6 – 5 – 4 – 3 – 2 – 1

Het is niet zinvol om de afgaande rij te beëindigen met het woord 'thuis'.

3. Getallenrijen kun je uitbreiden tot hoge getallen (bij de maal- en deeltafels ga je meestal tot 10 x)

1 – 2 – 3 – 26 – 27 – 28 – 29 – 30 – 31 – 32 –

4. Door de getallenrijen steeds sneller te zeggen verdwijnen de tussenliggende getallen.

2 – 4 – 6 – 8 – 10 -...

3 – 6 – 9 – 12 – 15 -...

5. Twee getallenrijen kunnen gecombineerd worden.

Bijvoorbeeld de getallenrijen van 2 en 4.

1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10

1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10

Hoe kun je dit doen?

Ofwel in 2 groepen. 1 groep zegt de rij van 2 met stamp op de vloer, de andere groep de rij van 4 met een buiging. Variatie: als de rij van 2 samenvalt met de rij van 4 klappen de kinderen in elkaars handen (high five). Dus bij 4, 8, 12 enz. high five (met de twee handen tegelijk).

Ofwel in 1 groep waarbij elk kind op de vloer stampt bij 2 en veelvouden van 2 en met een buiging op 4 en veelvouden van 4. De getallen van de beide rijen worden luid gezegd, de andere getallen heel zacht.

Waarom stamp op 2 en buiging op 4?

Omdat later (2e en 3e klas) deze twee getallenrijen kunnen gecombineerd worden met de rij van 3 waarbij de kinderen op 3 en veelvouden in de handen klappen en op 4 en veelvouden een buiging maken. Dit kan natuurlijk ook op andere manieren, maar deze combinatie was de beste.

Deze combinatie van getallenrijen gaat zo:

Ofwel in 3 groepen waarbij 1 groep rij van 2 stampt, een andere groep de rij van 3 klappt en weer een andere groep de rij van 4 buigt. Doe je dit in 3 concentrische cirkels, dan zien de kinderen wanneer ze samen komen: bij 12, 24, enz.

Rij van twee: 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10 – 11 – 12 – 13 – 14 – 15 – 16 – 17 – 18 – 19 – 20 – 21 – 22 – 23 – 24 – 25 – 26 – 27 – 28 –

Rij van drie: 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10 – 11 – 12 – 13 – 14 – 15 – 16 – 17 – 18 – 19 – 20 – 21 – 22 – 23 – 24 – 25 – 26 – 27 – 28 –

Rij van vier: 1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 – 10 – 11 – 12 – 13 – 14 – 15 – 16 – 17 – 18 – 19 – 20 – 21 – 22 – 23 – 24 – 25 – 26 – 27 – 28 –

Ofwel in 1 groep waarbij ieder kind de drie getallenrijen combineert: stamp op 2, klap op 3, buiging op 4 enz.

Waarom deze combinatie en andere combinaties van getallenrijen oefenen?

Omdat in de vierde klas bij het zoeken naar het kleinste gemeen veelvoud van twee of meer noemers de kinderen al vertrouwd zijn met het principe van gemene (gemeenschappelijke) veelvouden.

Als je de klas opdeelt in 4 groepen, dan kan ook de getallenrij van 6 of van 8 erbij komen.

Ook andere getallenrijen kunnen gecombineerd worden.

Bijvoorbeeld die van 3, 4 en 6.
2, 3 en 6
2, 4 en 8
3, 6 en 9
Enz.

Je kunt je beperken tot 2 getallenrijen of uitbreiden naar 4 of meer getallenrijen. Oefen de combinatie dagelijks gedurende korte tijd tot ze op de lange duur vlot en als vanzelf gaan. Oefen niet te lang aan één stuk op zulke combinaties, want dan wordt het saai en vervelend.

Voeg bij het opzeggen van getallenrijen nooit extra woorden toe zoals thuis of boem! enz. Deze woorden hebben geen enkele waarde bij het tellen en het rekenen en kunnen dus maar best vermeden worden. Je moet steeds uitgaan van het principe dat het ritme en het kunstzinnige **IN** het tellen en het rekenen moet gezocht worden, niet in extra toevoegingen.

Het oefenen van de maal- en deeltafels

Na het oefenen van de getallenrijen, maar eigenlijk ook tegelijk, oefen je mondeling + beweging de maal- en deeltafels. Dit wil zeggen dat er op één dag zowel getallenrijen als tafels geoefend worden. Zelfs als die nog niet in de rekenperiode aan bod zijn gekomen.

Ritmisch lijken alle maal- en deeltafels op elkaar.

Het tempo van elke oefening is hoog. Nooit treuzelen, nooit vertragen, ook niet als de meeste kinderen niet kunnen meespreken. Het gaat om de 'stroom', niet om de kennis.

De deeltafels hebben het leukste ritme.

Oefen de deeltafels méér dan de maaltafels.

Oefen de maal- en deeltafels tot 10 x. Niet verder. Waarom? Omdat vanaf 10 x de oplossingen analoog zijn aan de eerste tien oplossingen.

Voorbeeld $1 \times 7 = 7$
 $10 \times 7 = 70$
 $2 \times 7 = 14$
 $12 \times 7 = 84$

Als de tafels tot 10 x goed gekend zijn is het zeer zinvol om nu en dan verder te gaan dan 10 x.

Oefen ook de vierkantsgetallen zodra de maal- en deeltafels min of meer vlot gekend zijn.

$$1 \times 1 = 1$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$4 \times 4 = 16$$

Enz. tot 10×10 (later ook geleidelijk verder tot 25×25).