

Leergebied

Wiskunde

1 Menskundige, pedagogische en onderwijskundige opvattingen

1.1 Situering

Ook in de R. Steinerpedagogie wordt het wiskundeonderwijs bepaald door uitgangspuntenⁱ als: de psychische ontwikkeling en noden van basisschoolkinderen, de eisen van de maatschappij en de eigenheid van de wiskundige discipline. De visie van de R. Steinerpedagogie op het onderling verband tussen deze elementen, verschilt evenwel van de visie van andere onderwijssystemen. Leerinhouden, ontwikkelingsdoelen en eindtermen zullen dan ook verschilpunten vertonen.

Afhankelijk van de (impliciete of expliciete) visie op de mens, bestaan er verschillende opvattingen over de ontwikkeling van kind tot volwassene. Het accent in de R. Steinerpedagogie ligt op geleidelijke ontwikkelingⁱⁱ. Hierin primeert het volledig tot rijping laten komen van de vermogens eigen aan elke leeftijdsfase. Dit betekent dat men bepaalde leerinhouden en benaderings- of denkwijzen op een bepaald moment in de ontwikkeling van het kind aanbiedt. In dit opzicht sluit de R. Steinerpedagogie aan bij de tendens in de 'realistische wiskunde' om niet te vroeg en te veel de nadruk op het abstracte te leggenⁱⁱⁱ.

Daarbij vertrekt men vanuit een algemeen ontwikkelingsbeeld^{iv} eigen aan de leeftijdsfase van de kinderen. Dit uitgangspunt houdt in dat niet de leefwereld maar de belevingswereld^v van het kind het aanknopingspunt is om de kinderen actief en inzichtelijk te laten werken.

De belevingswereld wordt in de eerste plaats bepaald door de manier van denken, voelen en handelen eigen aan een bepaalde leeftijdsfase. Uiteraard kleurt elk kind dit grondpatroon door zijn individuele geaardheid. Waar het individu in de concrete klas- en lessituatie een belangrijke rol speelt, komt dit op het vlak van leerinhouden, ontwikkelingsdoelen en eindtermen op de tweede plaats.

Veel meer dan de belevingswereld is de leefwereld onderhevig aan de maatschappelijke evolutie. Binnen de R. Steinerpedagogie selecteert men daarom slechts die elementen uit de realiteit - dus ook uit de leefwereld of de wetenschappelijke discipline - die een ondersteuning betekenen voor de algemene ontwikkeling van het kind.

Dit is dan ook de reden waarom bijvoorbeeld het hanteren van de zakrekenmachine^{vi} pas in het middelbaar onderwijs wordt aangeleerd. Hoofdrekenen en cijferen als 'ambachtelijke' techniek draagt voor een twaalfjarige een breder scala van ontwikkelingsmomenten in zich dan het gebruik van technische middelen. Men kan hier bijvoorbeeld wijzen op de wilsontwikkeling. Juist bij het verrichten van geconcentreerd en omvangrijk rekenwerk voelen kinderen de macht die ze over de materie verwerven. Zeker voor het verwerven van zelfvertrouwen en onafhankelijkheid (ook onafhankelijkheid van de techniek), is dit een belangrijke ervaring.

Voor de ontwikkeling van kind tot zelfstandige volwassene^{vii} primeren, vanuit dit gezichtspunt, basisvaardigheden zoals hoofdrekenen, cijferen, schatten, metend rekenen, ruimtelijke oriëntatie, praktische en kunstzinnige toepassingen van wiskundige vaardigheden en een houding van verwondering, nieuwsgierigheid en blijvende interesse in wiskunde als fenomeen. Specifieke, meestal snel evoluerende, technologische toepassingen komen pas later aan bod. Pas dan is er voldoende cognitieve bagage, inzicht, oordeels- en wilsmatige zelfstandigheid aanwezig om zich verantwoord van deze technieken te bedienen.

1.2 Visie op Wiskunde

Wiskunde wordt niet enkel beschouwd als een geheel van abstracte principes maar vooral als een denkkader dat bijzondere aspecten van de werkelijkheid tot leven brengt: ritme, regelmaat en ordening. Wiskunde ontwikkelt zich vanuit het op de realiteit betrokken menselijk handelen. Het ontstaat waar de mens zich bewust wordt van wetmatigheden in bijvoorbeeld het wisselen van dag en nacht, de seizoenen, de groei van planten, schelpdieren en mineralen, in de fysische krachten zoals elektriciteit, magnetisme. Het is dit soort wetmatigheden dat de wiskundige handelingen bepaalt. Het wiskundige vermogen wordt vrijgemaakt wanneer de mens een bewustzijn voor die aspecten ontwikkelt.

Een ander aspect van wiskunde is dat zij zich steeds beweegt tussen algemeen geldende afspraken en individuele vermogens; tussen conventies en kunst. Het kunnen onthouden en reproduceren van conventionele kennis wordt sterk bepaald door het lichamelijke. Het kunstzinnige daarentegen berust op kwaliteiten van de individuele mens als volledige persoonlijkheid.

De wijze waarop men wiskunde beoefent, is erg belangrijk. Hoewel men zich er niet steeds van bewust is, bevatten ook wiskundige denkpatronen sociaal-morele aspecten. Zo kan men optellen en delen verbinden met respectievelijk het nemende en het gevende gebaar. Ook dit impliciete aspect krijgt aandacht.

Bij de opbouw van het leerplan Wiskunde en dus ook bij de omschrijving van de ontwikkelingsdoelen en eindtermen, wordt ook rekening gehouden met de wordingsgeschiedenis van de wiskunde. Het kind beleeft de evolutie van wiskundig handelen naar wiskundig denken parallel met de kind-eigen algemene ontwikkeling.

1.3 Pedagogische consequenties

Samengevat kan men stellen dat leerplan, ontwikkelingsdoelen en eindtermen van de R. Steinerscholen voortkomen uit een specifieke visie op de mens en op de kwaliteiten van de verschillende vakken, die uiteraard mee bepaald worden door de eisen van de tijd.

Tijd en wijze waarop bepaalde leerinhouden aan bod komen, hangen samen met het ontwikkelingsstadium van de kinderen. Men tracht in de wiskunde de voor het kind specifieke ontwikkelingsmogelijkheden op te sporen, om het al lerende in zijn lichamelijke en psychische ontplooiing te ondersteunen. Inzicht in de ontwikkelingsfasen van het kind is even noodzakelijk als inzicht in de wiskunde.

In het hele leergebied beweegt wiskunde zich tussen twee uitersten: het leren van het conventionele en het beoefenen van het kunstzinnige. Beide benaderingswijzen vindt men terug in zowel het rekenen - met de eigenschappen en wetmatigheden van de getallen - als in de meetkunde - in het gebied van vormen en figuren.

Deze tweezijdige karakteristiek van de wiskunde sluit uitermate goed aan bij het psychische ontwikkelingsgebied dat omschreven wordt als temperament^{viii}. Het temperament plaatst het kind tussen algemene, door de erfelijkheid bepaalde eigenschappen en de wijze waarop het kind deze eigenschappen zal individualiseren. Deze benadering van de wiskunde biedt het kind de mogelijkheid eenzijdigheden te overwinnen en nieuwe aspecten van zijn persoonlijkheid te ontdekken.

Bij het leren rekenen wordt niet alleen het kwantitatieve aspect betrokken, maar ook het kwalitatieve. Daardoor heeft het rekenen ook te maken met voelen en beleven, ook wanneer het kwantitatieve aspect op meer schematisch niveau de overhand krijgt. De totale (handelende, belevende en denkende) mens wordt in het rekenen aangesproken. Het rekenen kan, ook als het zich als mentale beweging afspeelt, als menselijke activiteit herkend worden door degene die rekt. Ook als de gehanteerde begrippen inhoudsloos worden, kunnen zij nog staan voor een ideële wereld, die beleefd kan worden in patronen, in visuele en niet-visuele relaties, in wetmatigheden. Aan de wetmatigheden en getallenpatronen van de tafels van vermenigvuldiging bijvoorbeeld, kan men iets van de karakteristieke schoonheid van de getallenwereld waarnemen en beleven. Zet men deze patronen om in beweging, lopen, springen, klappen, dan beleeft het kind de tafel ook ruimtelijk aan “den lijve”.

In de meetkunde wordt de evolutie van muzische naar meetkundige vorm nog sterker uitgebouwd. Door de meetkundige vormen te hanteren in hun onbegrensde variatiemogelijkheden en tegelijkertijd in hun heldere wetmatigheid, wordt de basis gelegd voor een veelzijdig beleven van schoonheid en exactheid. De vreugde over de schoonheid van de vorm ontwikkelt een gevoel voor verhoudingen en evenwicht. Het is de voorloper van het vreugdegevoel dat kinderen later ervaren bij het plotseling doorzien van geometrische wetmatigheden.

Er zijn ook duidelijke banden met andere leergebieden zodat de samenhang met de realiteit niet verloren gaat. Ritmes en wetmatigheden uit het rekenonderricht worden in hun kunstzinnige vorm in muziek, taal en euritmie behandeld; in een praktisch toepasselijke vorm in Wereldoriëntatie en Lichamelijke opvoeding.

Vormen en figuren komen in een kunstzinnige vorm aan bod in vormtekenen (zie ook taal: schrijven) en beweging; in een meer wetenschappelijke vorm in Wereldoriëntatie, zoals in de mineralogie.

2 Kleuteronderwijs

2.1 Bepaling en omschrijving van de leerlingengroep

Voor het jonge kind betekent Wiskunde zich al doende verbinden met ritme, regelmaat en ordening. Wiskunde is in de eerste plaats een lichaams- en gevoelsgebonden activiteit en heeft zowel een materiële als een sociaal-morele dimensie. In de handelingen en bewegingen ervaart het jonge kind hoeveelheid, tijd, opeenvolging, maat, gewicht en de concreet-praktische verbanden daartussen.

Wiskunde op zich komt in het kleuteronderwijs niet aan bod. Het wiskundig handelen wordt opgenomen in het leven als totaliteit en verbonden met het jonge kind als totale persoonlijkheid. Derhalve is het wiskundige aspect volledig geïntegreerd in de activiteiten van de andere leergebieden.

2.2 Algemene doelstellingen

Wiskundige initiatie voor het jonge kind is niet gericht op het ontwikkelen van wiskundige vaardigheden en kennis als zodanig maar op het ontwikkelen van de rekenvoorwaarden:

- het kind beleeft de wiskundige principes aan en via het eigen lichaam zonder ze als zodanig te kunnen benoemen;
- het kind verwerft de nodige vaardigheden om in de lagere school de wiskunde als fenomeen op zich te kunnen beleven en te leren kennen;
- lichaamsbesef en lichaamsbeheersing: als basis voor de verinnerlijkte beweging;
- oriëntatie in tijd en ruimte: vorm geven aan tijd en ruimte door te handelen; als basis voor de verinnerlijkte handeling;
- begripsvorming op het gebied van tijd, afmetingen, gewicht, afstand, hoeveelheid, geven.

Gezien het ontwikkelingsbeeld van het jonge kind is wiskundige initiatie volledig ingebed in de andere leergebieden. Wiskunde zondert zich nog niet af als studieobject op zich maar maakt nog volledig deel uit van het leven als geheel. In de ontwikkeling van het kind uit het zich vooral als een vermogen tot beleving en waarneming van ordening in tijd en ruimte.

2.3 Leerplandoelstellingen: ontwikkelingsdoelen

1.Lichaamsbesef en bewegingsbeheersing

De kleuters kunnen handelend

- WI 1 de belangrijkste lichaamsdelen aangeven (zie ook WO 45):
- hoofd;
 - ogen, oren, neus, mond;
 - armen, handen, vingers;
 - benen, voeten, tenen.
- WI 2 inschatten hoeveel ruimte hun lichaam inneemt (zie ook WO 46).
- WI 3 armen en benen afwisselend bewegen,
- in asymmetrische bewegingen, met overkruising; (zie ook LO 9);
 - in samengestelde bewegingsopdrachten.
- WI 4 klein-motorische vaardigheden met de vingers in verschillende situaties voldoende nauwkeurig gedoseerd en ontspannen uitvoeren. (zie ook LO 14; MV 3, MV 4; TN 22; WO 12, WO 13)

2.Oriëntatie in tijd en ruimte

Tijdsbesef - besef van opeenvolging van handelingen in de tijd

De kleuters

- WI 5 tonen tijdsbesef:
- doordat zij een beperkt aantal vertrouwde, vaste gebeurtenissen of activiteiten in het verloop van hun dag in een juiste volgorde kunnen aangeven;
 - door aan de hand van de opeenvolging van een beperkt aantal vertrouwde vaste gebeurtenissen of activiteiten getuigenis te geven van hun inzicht in het begrip week;
 - door een voor hen belangrijke gebeurtenis te situeren in de seizoenen, hetzij aan de hand van de begrippen lente, zomer, herfst, winter, van jaarfeesten of kenmerkende gebeurtenissen of activiteiten uit het desbetreffende seizoen. (zie ook LO 19 - 28, WO 40)
- WI 6 kunnen de opeenvolgende stappen in een vertrouwd handelingsgeheel aangeven. (zie ook LO 20; MV 4, MV 13, MV 18, MV 22; TN 24; WO 5, WO 12, WO 34, WO 35)
- WI 7 kunnen begrippen i.v.m. tijdsduur en oriëntatie in de tijd hanteren of begrijpen:
- lang-kort;
 - snel-traag;
 - vroeger-later;
 - ervoor-erna;
 - eerst-daarna;
 - morgen/ochtend-middag-avond;
 - gisteren-vandaag-morgen.

Ruimtebesef - ordenen van de ruimte

De kleuters kunnen handelend:

- WI 8 inschatten hoeveel ruimte een voorwerp inneemt.(zie ook LO 11, LO 12, LO 27, LO 30, LO 36, Muzische vorming; WO 47)
- WI 9 handelend in een huishoudelijke, bewegings- of spelcontext de opstelling aangeven van vertrouwd materiaal in functie van een gekende activiteit.

- WI 10 passende begrippen hanteren of begrijpen:
- in, op, naast, tussen;
 - op elkaar;
 - boven, onder;
 - voor, achter;
 - ver (weg), dicht (bij);
 - lang-kort;
 - binnen, buiten;
 - omhoog en omlaag;
 - hoog-laag; hoger-lager.
- WI 11 oplossingen vinden voor een ruimtelijk probleem, zij ervaren daarbij:
- lengte, breedte, diepte;
 - evenwichtsaspecten;
 - richting: links-rechts.
- WI 12 afstanden inschatten in functie van hun beweging of de beweging van het voorwerp dat zij hanteren:
- springtouw oprollen en afrollen;
 - doeken vouwen;
 - zwaardere voorwerpen zoals planken, stokken, bakken, stoeltjes.(zie ook LO 11)
- WI 13 tonen dat zij beseffen dat de dingen dezelfde blijven, hoe ze ook geplaatst of geordend zijn in de ruimte.
- WI 14 zelfstandig hun weg vinden in een vertrouwde omgeving. (zie WO 49)
- WI 15 een ruimte inrichten in functie van hun spel. (zie WO 50)
- WI 16 mits aanwijzingen, orde brengen in een beperkte ruimte (zie WO 51)

3.Begripsvorming

De kleuters kunnen in een huishoudelijke, sociale, bewegings- of spelcontext

Waarnemen en structureren

- WI 17 veranderingen, overeenkomsten en verschillen bij voorwerpen, verschijnselen of bij andere mensen waarnemen.
- WI 18 twee dingen op hun kwalitatieve eigenschap vergelijken.
- WI 19 materiaal, voorwerpen ordenen in functie van een kwalitatief kenmerk.
- WI 20 materiaal, voorwerpen samenbrengen op basis van één of twee gemeenschappelijke kenmerken.
- WI 21 materiaal, voorwerpen structureren volgens het correspondentieprincipe (de 1-1 relatie), waardoor zij tonen dat zij aan de hand van materiaal rekenkundige handelingen kunnen uitvoeren met betrekking tot aantal en hoeveelheid; zoals optellen, aftrekken en delen - zonder deze als zodanig te kunnen benoemen.
- WI 22 vanuit een gekend beperkt patroon, structuur of handelingsverloop een reeks verderzetten.
- WI 23 door hun handelen tonen dat zij beseffen dat een bepaalde hoeveelheid dingen dezelfde blijft, hoe de dingen ook geplaatst of geordend zijn in de ruimte.
- WI 24 door hun handelen tonen dat zij beseffen dat de kenmerken (afmetingen, gewicht) van een ding dezelfde blijven, hoe dit ook geplaatst of geordend is in de ruimte.

Rekentaal

- WI 25 een deel van de getallenrij opzeggen.
- WI 26 de termen eerste en laatste begrijpen of hanteren.
- WI 27 op basis van hun ervaring en waarneming passende hoeveelheidsbegrippen gebruiken:
- veel/weinig;
 - evenveel / te veel / te weinig;
 - meer/minder.

- WI 28 op basis van hun ervaring en waarneming, omgaan met begrippen die de relatieve maat van een voorwerp aangeven:
- zwaar-licht;
 - groot-klein;
 - lang-kort;
 - dik-dun;
 - breed-smal;
 - vol-leeg;
 - gelijk, groter dan, kleiner dan;
 - half.
- WI 29 bij rekenhandelingen passende begrippen hanteren:
- geven-nemen;
 - bijdoen / wegdoen;
 - verdelen;
 - erbij-eraf.

2.4 Leerinhouden

De leerplandoelstellingen voor Wiskundige initiatie worden via de inhoud van de andere leergebieden verwezenlijkt: Lichamelijke opvoeding, Muzische vorming, Nederlandse taal en Wereldoriëntatie.

Beheersing van de grote motoriek en oriëntering in de ruimte

Bewegingsopvoeding

- bewegingsspelletjes, kringspelen, arbeidsspelen, zangspelen,...

Wereldoriëntatie

- vrij spel: in de zandbak: zand in emmer; winkel spelen;; in en uitladen, opruimen; bouwen met bakken, planken en doeken; blokkenspel, ...
- huishoudelijke activiteiten bijv. bakken, tafeldekken, materiaal uitdelen, doeken vouwen

Beheersing van de fijne motoriek en de vingermotoriek

Muzische vorming

- vrij tekenen van de hoeveelheden die het kind ziet, innerlijk beleefde meetkundige vormen;
- handvaardigheid bijv. scheuren en plakken, vingerhaken, boetseren

Nederlandse Taal

- vingerspelletjes,...

Wereldoriëntatie

- huishoudelijke activiteiten, bijv.: tafeldekken, materiaal uitdelen.

Maat, afstand en tijd vanuit de beweging vorm geven

Bewegingsopvoeding

- bewegingsspelletjes, kringspelen;

Muzische vorming

- zingen
- boetseren

Nederlandse Taal

- aftelversjes

Wereldoriëntatie

- activiteiten, bijv. roeren, tafeldekken;

Ritme in de beweging brengen

Bewegingsopvoeding

- bewegingsspelletjes, kringspelletjes
- schommelen
- hinkelen

Muzische vorming

- zingen
- muziekinstrumenten o.a. het eigen lichaamsslagwerk

Nederlandse Taal

- spraakoefeningen vanuit beweging en gebaar

Ontwikkeling van het beelddenken: besef van volgorde in handelingen en tijd

Bewegingsopvoeding

- ambachtsspelletjes;

Muzische vorming

- schilderen: bijv. volgorde van materiaalgebruik
- handvaardigheid: bijv. knutselen rond de jaarfeesten

Nederlandse Taal

- de gesproken taal in haar voorbeeldfunctie; bijv. verhalen
- taal begeleid door beweging
- gedramatiseerde taalvormen: poppenspel, toneel,...

Wereldoriëntatie

- ritme, regelmaat en herhaling bijv. jaarfeesten: voorbereiding, verloop,...
- vrij spel: doelgericht spelen
- huishoudelijke activiteiten: logische volgorde in de handelingen bijv. van meel tot brood

Waarnemingsvermogen: het vermogen om kleine verschillen waar te nemen

Bewegingsopvoeding:

- ambachtsspelletjes, zangspelletjes, kringspelletjes

Muzische vorming

- schilderen: kleur- richtingsverschillen
- tekenen: kleur-, vormverschil
- boetseren: hard-zacht, warm-koud, . groot-klein,...

Wereldoriëntatie

- ritme, regelmaat en herhaling
- vrij spel
- huishoudelijke activiteiten: veel-weinig, vol-leeg,...

2.5 Pedagogisch -didactische leidraad

De leerkracht waakt erover dat vorm, hoeveelheid en kwaliteit van het materiaal waarmee men werkt en de vorm, inhoud en aard van de activiteiten voldoende mogelijkheden in zich dragen om de basishandelingen die de grondslag vormen voor de latere wiskundige handelingen te oefenen.

Men biedt het kind voldoende verschillende activiteiten en materiaal aan, waarin elk kind individueel voldoende aangrijpingspunten vindt om het eigen rekenvermogen te wekken en aan te spreken. Ook hier wordt het eigen tempo en de eigen weg van elk kind zoveel mogelijk gerespecteerd.

Wanneer men bij een kind een onvoldoende ontwikkeling op dit gebied vaststelt, wordt de oorzaak hiervan opgespoord en wordt het nodige gedaan om het kind verder te helpen in zijn ontwikkeling. Bijvoorbeeld door doelgerichte opdrachten te geven of door de voorbeeldfunctie van leeftijdsgenoten aan te wenden. Indien nodig kunnen bijzondere maatregelen uitgewerkt worden in samenwerking met een arts, PMS begeleiding, ouders of therapeuten.

2.6 Minimale materiële vereisten

zie Leergebied: Lichamelijke opvoeding, Muzische vorming, Nederlandse taal, Wereldoriëntatie.

2.7 Bibliografie

-, *Rekenen in beweging. Achtergronden, opbouw, bakens, doorkijkjes, voorbeelden en bronnen ter verrijking van het reken-wiskunde-onderwijs op de Vrije School*, Vrij Pedagogisch Centrum, Driebergen, 1994.

3 Lager onderwijs

3.1 Bepaling en omschrijving van de leerlingengroep

Vanaf het zevende jaar is het kind in staat om indrukken vast te houden en innerlijk na te vormen. Aanvankelijk functioneert dit reproductievermogen vooral in samenhang met beweging en het gestructureerde, aansprekende beeld. Het leren heeft nog een actief-emotioneel karakter. Wiskunde is bij uitstek een vak dat 'al doende' wordt beoefend. Door het motorische te verbinden met het visuele wordt het onbewuste (de bewegingszin) verbonden met de meer bewuste gezichtszin. De ritmen en patronen die de getallenwereld rijk is, zoals bijvoorbeeld in de tafels van vermenigvuldiging en andere bewerkingen, dragen niet enkel bij tot kennis en vaardigheid, maar vormen een belangrijke ondersteuning voor de bewustzijnsontwikkeling^{ix} van het kind.

Rond het negende levensjaar begint de 'middenfase' van de lagere school. Het kind gaat zich sterker als persoonlijkheid beleven en handhaven. Het is nu in staat om in de eenheid de veelheid te beleven en omgekeerd.

In de wiskunde vertaalt dit vermogen zich in het leren kennen en hanteren van bijvoorbeeld breuken en kommagetallen. Ook vraagt deze levensfase om een hernieuwde oriëntatie in de wereld, zodat het meten van tijd en ruimte meer zakelijk kan worden beoefend.

De verruimde belangstelling in de wereld en de geleidelijk opgebouwde vaardigheid en inzicht in het gebruik van de getallen stelt het kind in staat om allerlei praktische vraagstukken op te lossen, ook bijvoorbeeld betreffende maten, gewicht en schaal.

In de loop van het twaalfde levensjaar ontwikkelt zich het oorzakelijk denken, als eerste stap in de ontwikkeling van het oordeelsvermogen. De handel bijvoorbeeld is een werkelijkheidsaspect waar oorzaak en gevolg ook op wiskundig gebied duidelijk waarneembaar zijn voor een twaalfjarige. In samenhang met procentrekenen begint het handelsrekenen. Hiermee kan het kinderlijke denken zich losmaken van de direct beleefbare voorstelling zodat de overgang naar de wereld van de algebra, het rekenen met letters en negatieve getallen, met zijn veel hoger abstractieniveau is voorbereid.

Een gelijkaardige denkbeweging vormt vormtekenen om tot meetkunde. Tot dan toe met de vrije hand getekende meetkundige figuren worden nu in het begripsvermogen opgenomen en met uiterste precisie geconstrueerd.

Volgens de fasering van de ontwikkeling van het kind, worden de twee volgende jaarklassen als een verderzetting en afronding beschouwd van het proces dat omstreeks het zevende levensjaar is ingezet. Daarom vindt men in de R. Steinerpedagogie leerinhouden die in andere onderwijssystemen tot de basisschool behoren, in de zevende en de achtste klas. Bijvoorbeeld het werken met positieve en negatieve getallen, machtsverheffing en worteltrekken.

3.2 Algemene doelstellingen

Het wiskundeonderwijs vormt voor het kind een levensechte toegang naar verdere ontplooiing en verleent een ontwikkelingskarakter aan de weg ernaartoe.

Men draagt er zorg voor dat de verschillende aspecten van de wiskunde ook de ontwikkeling van het kind als volledige persoonlijkheid ondersteunen. Hoofdrekenen bevordert een vrij, beweeglijk denken, waarbij verschillende persoonlijke strategieën in diverse situaties ter beschikking komen. Naast louter functioneel is het leren van de tafels ook ondersteunend voor de ontwikkeling van het geheugen. Ritme en beweging: een gevoel voor onderlinge relaties tussen getallen worden ontwikkeld.

Het schatten ontwikkelt moed en roept reflecties op. Cijferen leert het kind standaardprocedures te hanteren en consequent te zijn op weg naar een oplossing voor een probleem. Breuken, procenten en verhoudingen maken het mogelijk vanuit een wisselend, beweeglijk standpunt tot een oplossing te komen. Kapitaal- en renterekenen ontwikkelen bij het kind een gevoel voor moraliteit en verantwoordelijkheid. Meten en meetkunde ontwikkelen de oriëntatie in de ruimte en leggen een verbinding tussen schoonheid en exactheid. Het kind oefent zijn geheugen en is in staat noodzakelijke conventionele terminologie en oplossingsstrategieën te onthouden en te reproduceren.

Het wiskundeonderwijs richt zich op de ontwikkeling van het kind als volledige persoonlijkheid en werkt daardoor ook leergebiedoverschrijdend.

Men stelt het kind in staat om zich te verbinden met de wetmatigheid en de schoonheid van de vormen- en getallenwereld. Het kind beleeft aan wiskunde vreugde, verwondering en bewondering zoals deze verbonden zijn met elke creatief-productieve prestatie. (zie MV 4, MV 11 - 18*, MV 19, MV 22, MV 27 - 28, MV 31, MV 49, MV 51, MV 57)

Het kind verwerft overzicht in het dagelijks leven (zie WO 7, WO 22, WO 34*, WO 55, WO 63 - 65, WO 75 - 76, WO 80 en LO 25 - 27)

Het kind ontwikkelt innerlijke beweeglijkheid in zijn gevoelswereld en in zijn denken, zijn concentratievermogen verhoogt. Het kwalitatieve en analyserende denken ontwikkelt.

Het kind ervaart dat er meerdere oplossingsstrategieën mogelijk zijn, ook als zij tot dezelfde resultaten leiden. Een flexibele houding en het kunnen vervolgen van het eigen rekenspoor worden gestimuleerd. Het kind ontwikkelt een doelgerichte wilskracht en geeft vorm aan zijn gewoonteleven. Daarbij biedt het wiskundeonderwijs bij uitstek de mogelijkheid om geordend en systematisch te leren werken; individueel, maar ook in groep (zie LL 1, LL 4 - 5, LL 7* - 14*)

Op sociaal gebied ervaart het kind de sociaal - morele krachten van geven en nemen, die in de wiskunde aanwezig zijn. Het leert algemeen geldende afspraken aanvaarden. Het kind wordt zich bewust van eigen vermogens en identiteit en ontwikkelt hieraan zelfvertrouwen en zekerheid. Men streeft ernaar dat het kind inzicht verwerft in de eigen leerprestatie en begrip ontwikkelt voor de prestaties van de anderen. Men zorgt ervoor dat in het kind de bereidheid ontstaat om anderen te helpen waar dit mogelijk is en zich te laten helpen waar nodig. (zie SV 1 - 16)

3.3 Leerplandoelstellingen: eindtermen

Samenvattend

Om de eigenschappen en karakteristieke kenmerken van de Wiskunde als discipline tot uiting te laten komen werd volgende indeling gekozen:

De domeinen getallen, meten en meetkunde worden telkens onderverdeeld in begripsvorming, feitenkennis en wiskundetaal als noodzakelijke basis voor het kunnen omgaan met getallen en procedures waarin het omgaan met getallen op verschillende wijzen en vanuit verschillende gezichtspunten wordt beoefend.

De leerplandoelstellingen voor getallen hebben betrekking op kennis en inzicht in de getallenwereld. De kwantitatieve betekenis en kwaliteiten van de verschillende getallen en soorten groepen getallen komt aan bod.. De basisbewerkingen, optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen, worden aangeleerd, zowel voor hoofdrekenen als cijferen worden. Ook verhoudingen en procenten komen aan bod.

Het meten heeft een actief, concreet karakter: afstand, tijd, temperatuur, gewicht worden gemeten. Het vat krijgen op ruimte en tijd vanuit wiskundig perspectief staat centraal.

De meetkunde wordt vanaf de eerste klas stelselmatig opgebouwd. Eerst als vormtekenen (zie Muzische vorming) waarin aanvankelijk eenvoudige, geleidelijk aan gecompliceerde figuren met de vrije hand getekend worden. In de zesde klas gaat het vormtekenen over in meetkunde.

De strategieën en probleemoplossende vaardigheden staan niet op zich, maar worden toegepast in de bovengenoemde domeinen: getallen, meten en meetkunde. En tenslotte zijn de attitudes van toepassing voor dit hele leergebied.

Eindtermen

1. Getallen

Begripsvorming - wiskundetaal - feitenkennis

De kinderen

- W 1 kunnen tellen en terugtellen met eenheden, tweetallen, vijftallen en machten van tien.
- W 2 kunnen omgaan met de verschillende functies van natuurlijke getallen:
 - een getal kan een hoeveelheid aanduiden;
 - een getal kan fungeren in een bewerking;
 - een getal kan een rangorde aanduiden;
 - een getal kan een meetresultaat aangeven.
- W 3 de betekenis van de volgende operaties kennen: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen, delen en daarbij de terminologie met betrekking tot de resultaten van deze operaties: som, verschil, product, quotiënt en rest.
- W 4 kennen het begrip veelvoud, deler, grootste gemeenschappelijke deler, kleinste gemeenschappelijk veelvoud.
- W 5 kennen het begrip procent.
- W 6 kunnen omgaan met breuken:
 - als een stuk (deel) van;
 - als een verdeling;
 - als een deling;
 - als een getal (met een plaats op een getallenlijn);

- en kunnen daarbij de volgende terminologie hanteren: stambreuk, teller, noemer, breukstreek, gelijknamig, gelijkwaardig, vereenvoudigen.
- W 7 kennen de geleerde symbolen, notatiewijzen, conventies met betrekking tot getallen en bewerkingen met getallen en kunnen de volgende symbolen benoemen, noteren en hanteren:
 $= < > + - \times \div \%$
- W 8 kunnen natuurlijke getallen van maximaal 10 cijfers lezen, noteren, ordenen en op een getallenlijn plaatsen.
- W 9 kunnen kommagetallen (met 3 decimalen), eenvoudige breuken, eenvoudige procenten lezen, noteren en op een getallenlijn plaatsen.
- W 10 kunnen de getalwaarde van elk cijfer bepalen bij kommagetallen met maximum drie decimalen.
- W 11 zijn in staat tot een onmiddellijke reproductie van correcte resultaten bij
 - optellen en aftrekken tot 10;
 - tafels van vermenigvuldiging tot en met de tafel van 10.
- W 12 hebben inzicht in de relaties tussen de bewerkingen.

Procedures

De kinderen

- W 13 kunnen eenvoudige verbanden, patronen en structuren tussen getallen en bewerkingen opsporen en toepassen;
- W 14 voeren opgaven uit het hoofd uit waarbij ze de verschillende bewerkingen toepassen op basis van hun inzicht in de eigenschappen van bewerkingen en in de structuur van de getallen:
 - optellen, aftrekken, delen en vermenigvuldigen van natuurlijke getallen in het honderdveld;
 - optellen en aftrekken met grote getallen met eindnullen;
 - vermenigvuldigen met en delen door 10, 100, 1000;
 - vermenigvuldigen en delen naar analogie met de tafels;
 - getallen splitsen, aanvullen of groeperen om de bewerking makkelijk te kunnen uitvoeren.
- W 15 zijn in staat getallen af te ronden. De graad van nauwkeurigheid wordt bepaald door het doel van het afronden en door de context.
- W 16 kunnen de uitkomst van een berekening bij benadering bepalen.
- W 17 kunnen schattend rekenen met gehele getallen door de uitkomst globaal te bepalen
- W 18 kunnen in eenvoudige gevallen de gelijkwaardigheid tussen kommagetallen, breuken en procenten verduidelijken door omzettingen.
- W 19 kunnen de delers van een natuurlijk getal (≤ 100) vinden; zij kunnen van twee dergelijke getallen de (grootste) gemeenschappelijke deler(s) vinden.
- W 20 kunnen de veelvouden van twee natuurlijke getallen (≤ 20) vinden, zij kunnen van twee dergelijke getallen het (kleinste) gemeenschappelijk veelvoud vinden.
- W 21 kunnen eenvoudige breuken gelijknamig maken in functie van het optellen en aftrekken van breuken of in functie van het ordenen en het vergelijken van breuken.
- W 22 kunnen in een zinvolle context eenvoudige breuken en kommagetallen optellen en aftrekken en een eenvoudige breuk vermenigvuldigen met een natuurlijk getal.
- W 23 kennen cijferalgoritmen (schriftelijke, gestandaardiseerde en verkorte oplossingswijzen). Zij kunnen cijferend de vier hoofdbewerkingen uitvoeren met natuurlijke en met kommagetallen:
 - optellen met maximaal 5 getallen: de som $< 10\ 000\ 000$;
 - aftrekken: aftrektal $< 10\ 000\ 000$ en maximaal 8 cijfers;
 - vermenigvuldigen: vermenigvuldiger bestaat uit maximaal 3 cijfers; het product telt maximaal 8 cijfers (2 cijfers na de komma);
 - delen: deler bestaat uit maximaal 3 cijfers; quotiënt maximaal 2 cijfers na de komma.
- W 24 kunnen eenvoudige procentberekeningen maken met betrekking tot praktische situaties.
- W 25 kunnen verhoudingen vergelijken.

- W 26 kunnen eenvoudige verhoudingsproblemen oplossen.
- W 27 kunnen een eenvoudige, niet in wiskundige taal aangeboden probleemstelling, zelf in wiskundige termen omzetten en oplossen. De juistheid van de oplossing kunnen zij bij benadering toetsen aan de werkelijkheid.

2. Meten

Begripsvorming - wiskundetaal - feitenkennis

De kinderen:

- W 28 kennen de objectief meetbare grootheden voor:
- lengte (omtrek, afstand): millimeter, centimeter, decimeter, meter, decameter, hectometer, kilometer;
 - oppervlakte: vierkante centimeter, decimeter en meter;
 - inhoud: centiliter, deciliter, liter;
 - gewicht: gram, kilogram;
 - tijd: seconde, minuut, uur, etmaal;
 - temperatuur: graad Celsius;
 - hoekgrootte: graden.
- Zij kennen het opbouwprincipe van de rij maateenheden voor lengte, gewicht en tijd en kunnen daarbij de relatie leggen tussen de grootheid en de maateenheid.
- W 29 kennen de symbolen, notatiewijzen en conventies bij de geleerde maateenheden.
- W 30 kunnen veel voorkomende maten in verband brengen met betekenisvolle situaties.
- W 31 kennen en kunnen het begrip 'schaal' gebruiken als eenvoudige verhouding tussen kilometer en centimeter. (zie WO 64)
- W 32 kennen het begrip gemiddelde en kunnen het toepassen.
- W 33 weten, in samenhang met WO 22, dat bij temperatuurmeting 0°C het vriespunt is en weten op welke wijze de temperatuur beneden het vriespunt worden aangeduid.

Procedures

De kinderen kunnen:

- W 34 eenvoudige verbanden, patronen en structuren tussen en met grootheden en maatgetallen opsporen en onderzoeken.
- W 35 het verband tussen maateenheden en maatgetallen inzien.
- W 36 met de geleerde maateenheden herleidingen uitvoeren.
- W 37 voor elk van de hoger genoemde grootheden, het juiste en het meest functionele meetinstrument kiezen en correct hanteren; de geschikte maateenheid en de graad van nauwkeurigheid van het meetresultaat worden daarbij bepaald door de situatie.
- W 38 schatten met behulp van referentiepunten.
- W 39 op een concrete wijze aangeven hoe ze de omtrek van een veelhoek bepalen.
- W 40 klokkezen (analoge en digitale klokken); tijdsintervallen berekenen en zij kennen de samenhang tussen seconden, minuten en uren.

3. Meetkunde

Begripsvorming - wiskundetaal - feitenkennis

De kinderen

- W 41 kennen eenvoudige begrippen en notaties waarmee de ruimte meetkundig wordt bepaald (richting, plaats, patroon, vorm, plattegrond, vooraanzicht, zijaanzicht, bovenaanzicht) en kunnen deze toepassen.
- W 42 kunnen op basis van ervaring en door hun omgang ermee, de volgende meetkundige figuren herkennen en benoemen: punten; lijnen (lijn, lijnstuk, zijde, middellijn, diagonaal, straal, loodlijn, evenwijdige lijnen, snijdende lijnen); hoeken (rechte, stompe, scherpe); vlakke

figuren (driehoek, vierhoek, vijfhoek, zeshoek, cirkel). (zie ook Muzische vorming Vormtekenen: MV 11, MV 12 en MV 13; Boetseren: MV 22)

Procedures

De kinderen:

- W 43 kunnen de verschillende soorten hoeken en de verschillende soorten vierhoeken classificeren op grond van eigenschappen van zijden en hoeken en kunnen deze ook concreet vormgeven. (zie ook LO 27; MV 11, MV 12.)
- W 44 kunnen omgaan met passer en liniaal.
- W 45 kunnen de begrippen symmetrie, gelijkvormigheid en gelijkheid herkennen in de realiteit.
- W 46 kunnen geometrische figuren maken. (zie ook LO 27; MV 11, MV 12, MV 27, MV 28)
- W 47 zijn in staat zich in de ruimte te oriënteren en kunnen bijgevolg aan de hand van beschrijvingen en tweedimensionale afbeeldingen, driedimensionale situaties interpreteren. Dit betekent concreet dat de leerlingen:
 - zich ruimtelijk kunnen oriënteren op basis van plattegronden, kaarten, en gegevens over afstand en richting;
 - zich in de ruimte mentaal kunnen verplaatsen en kunnen verwoorden wat ze dan zien.

4. Strategieën en probleemoplossende vaardigheden

De kinderen

- W 48* zijn bereid om na te denken over de eigen wiskundige activiteiten en controleren de resultaten daarvan op hun juistheid en realiteitsgehalte.
- W 49 kunnen in eigen woorden beschrijven hoe ze een wiskundige probleem aanpakten, welke oplossingsstrategie ze volgden.
- W 50* beseffen dat er voor hetzelfde wiskundig probleem soms meerdere oplossingswegen zijn en soms zelfs meerdere oplossingen afhankelijk van de wijze waarop het probleem wordt opgevat.
- W 51 begrijpen eenvoudige wiskundetaal en kunnen die toepassen in praktische situaties.

5. Attitudes

De kinderen:

- W 52* zijn bereid een verbinding te leggen tussen het wiskundeonderricht en het dagelijkse leven. (zie ook MV 49)
- W 53* hebben aandacht voor de specifieke schoonheid en exactheid in de wiskunde: vormen, figuren, patronen en ritmes (zie ook MV 14, MV 49)
- W 54* ontwikkelen een houding van eerbied en belangstelling voor de wiskunde als verschijnsel in de natuur en in zijn verbondenheid met het menselijke handelen. (zie ook MV 16*, MV 49; WO 7, WO 34*, WO 55, WO 76)
- W 55* ontwikkelen een gevoel voor exactheid en relativiteit van getallen: voor getalwaarde, getalverhoudingen, bewerkingen en exemplarisch voor de wijze waarop deze deel uitmaken van het menselijk handelen.
- W 56* kunnen aan de wiskundige activiteit vreugde en verwondering beleven zoals deze verbonden zijn met elk creatief-productief proces.
- W 57* ontwikkelen vertrouwen in hun denk- en leeractiviteiten en behouden een houding van nieuwsgierigheid en interesse voor wiskundige fenomenen.

3.4 Leerinhouden

De opeenvolgende ontwikkelingsfasen van het kind vormen het kader en geven de krachtlijnen aan voor de opeenvolging van de leerplandoelstellingen en leerinhouden. Afhankelijk van de concrete leerlingengroep is het mogelijk dat bepaalde leerinhouden iets eerder of iets later worden aangeboden. Aan de globale opbouw en de afronding van het gehele leerproces wordt echter niet geraakt.

Eerste klas

Getallen

- De kwaliteit van de getallen tot twaalf. Het uitgangspunt is de éénheid die zich op de meest verschillende wijzen als veelheid kan voordoen. De getallen verwijzen naar verhoudingen en ritmes die aan de wereld en de kosmos ten grondslag liggen. In het rekenen worden die voor het kind beleefbaar gemaakt. De belevingswereld van het kind wordt in deze fase betrokken:
- Romeinse cijfers in een eenvoudige notatievorm lezen en schrijven: I, II, III, IIII, V, VI, VII, VIII, VIII, X, (eventueel, XI, XII);
- Arabische cijfers van 1 tot 20 (eventueel 24) schrijven en lezen.

Tellen en ritmisch tellen

- er wordt gelopen, gehuppeld, geklapt, luid en zacht gesproken, enz. in bepaalde ritmes^x;
- klassikaal tot honderd tellen;
- klassikaal eenvoudige getallenrijen bijv. de rij van 2 en de rij van 3 uit het hoofd opzeggen en opschrijven.

Bewerkingen

- het accent ligt op het hoofdrekenen en het actieve doen;
- de kwaliteit van de bewerkingen: optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen.
- de vier basisbewerkingen uitvoeren met behulp van materiaal
- het splitsen van getallen: optel- en aftrekrijtjes (daarna van twee termen), creatieve analyse van getallen eventueel overgaan naar het memoriseren
- structureren van hoeveelheden.
- toepassingen in rekenverhalen en herkenbare situaties.

Terminologie

- meer-minder, evenveel, groter dan -kleiner dan, gelijk -ongelijk;
- over, is gelijk aan, erbij-eraf, nog een keer, wisselen, ruilen, verdelen, verdelen in, splitsen, aftrekken, optellen, samenvoegen, wegnemen of afnemen;
- middelste, laatste, eerste, tweede, hoeveelste;

Schatten

Schatoefeningen van hoeveelheden van:

- concreet materiaal
- afstanden in de ruimte, in de tijd, (zie ook Wereldoriëntatie)
- m.b.t. concrete handelingen, (zie ook Wereldoriëntatie, Handvaardigheid)

Meten

- zie Schatten

Meetkunde (zie Vormtekenen, Nederlandse Taal)

- met de vrije hand de rechte en de gebogen lijn tekenen;
- eventueel, vanuit het handelen de rechte en de gebogen lijn laten evolueren tot: driehoek, vijfster, vierkant, zesster; tot kring, ellips, spiraal, lemniscaat.

Tweede klas

Getallen, tellen

- individueel tellen tot 100.
- cijfers lezen en schrijven tot 100.
- individueel de eenvoudige tafelrijen (uit de eerste klas) zeggen en schrijven.
- oriëntatie in het getallenveld tot 1000, heen en terug, ook schattend.

Tafels

- klassikaal de tafels van 2 tot 12 in zijn geheel opzeggen.

Bewerkingen

- de bewerkingstekens: + , - , x , : en het relatieteken: =;
- optellen en aftrekken in het honderdveld;
- hoofdrekenen: optellen en aftrekken tot 20; vermenigvuldiging en deling oefenen voor de eenvoudige tafels;
- rekenverhalen in een grotere getallenruimte; rekenen in betekenisvolle contexten.

Terminologie

- de helft, het dubbel;
- even oneven;
- paar onpaar.

Schatten

Schatoefeningen:

- in het getallenveld tot 100 (zie ook 1. Getallen en tellen);
- m.b.t. het resultaat van bewerkingen;
- vergelijkenderwijs schatten van aantallen en grootten m.b.t. concrete handelingen, (zie ook Wereldoriëntatie);
- afstanden in ruimte, in de tijd, (zie ook Wereldoriëntatie);
- getallen op een getallenlijn plaatsen.

Meten

- ruimte: zie *Schatten*
- tijd kloklezen: het uur op de analoge klok (zie ook Wereldoriëntatie, Nederlandse Taal.)

Meetkunde

- zie Vormtekenen

Derde klas

Getallen en tellen

- getallen lezen en schrijven tot 1000;
- oriëntatie in het getallenveld tot 1000;
- de tafelrijen individueel opzeggen.

Tafels

- de tafels van 2 tot 12 in volgorde (eventueel door elkaar);
- de tafels van vermenigvuldiging en deling van 2 tot 12 worden door elkaar geoefend.

Hoofdrekenen

- optellen en aftrekken van natuurlijke getallen in het honderdveld.

Cijferen

- optellen en aftrekken van natuurlijke getallen: eenvoudige optellingen; eenvoudige aftrekkingen; vermenigvuldigingen met een factor bestaande uit één cijfer.
- rekenverhalen worden eenvoudige vraagstukken: zij hebben betrekking op eenvoudige concrete zaken van het praktische leven i.v.m. hoeveelheden, gewichten, afmetingen, geld (zie ook Wereldoriëntatie).

Terminologie

- eenheden, tientallen, honderdtallen, duizendtallen.
- wat ligt juist tussen, wat is gelijk aan;
- > en <

Schatten

- resultaat voorafgaand aan de berekeningen;
- afronden naar handige getallen om mee te rekenen, getallen in de omgeving.

Meten

- tijd: het half uur en het kwartier op de analoge klok.

Meetkunde

- (zie Vormtekenen)

Vierde klas

Getallen en tellen

- lezen en schrijven van de cijfers tot 10.000;
- oriëntatie in het getallenveld tot 10.000.

Tafels

- de vermenigvuldigingstafels van 2- 12, ook door elkaar.
- de deeltafels.

Hoofdrekenen

- optellen en aftrekken, vermenigvuldigen en delen van natuurlijke getallen in het honderdveld.

Cijferen

- optellen en aftrekken met natuurlijke getallen tot 10.000, alle gradaties van moeilijkheden.
- vermenigvuldigen met factoren met twee cijfers.
- staartdelingen met een deler van een cijfer.
- strategieën voor de controle van de resultaten;

Vraagstukken

- m.b.t. eenvoudige concrete zaken van het praktische leven i.v.m. hoeveelheden, tijd, afmetingen, geld (zie ook Wereldoriëntatie)

Terminologie

- dozijn
- één minder dan de helft van, één meer dan het dubbel van;
- de twaalf maanden van het jaar en hun duur;
- een schrikkeljaar;
- veelvoud;
- een rond getal;
- breuken: teller, noemer, het bewerkingsteken; echte, onechte en stambreuken; gemengd getal, gelijknamige breuken; herleiden.

Schatten

- resultaat voorafgaand aan de berekeningen;
- getallen in de omgeving, mooie ronde getallen;
- persoonlijke referentiematen;
- visueel schatten van delen van een geheel;
- aandacht voor de nauwkeurigheid of de afwijking van het precieze antwoord.

Meten

- tijd: alle mogelijkheden tot op de seconde op de analoge klok;
- ruimte: de lengtematen: o.a. meter, decimeter, centimeter, millimeter.

Meetkunde

- (zie Vormtekenen)

Verhoudingen

- plattegronden en kaarten (zie ook Wereldoriëntatie);
- schaalbegrip (zie ook Wereldoriëntatie)

Breuken

- benoemen en voorstellen o.a. tekenen) van breuken. De schrijfwijze van de breuken begrijpen en gebruiken, vanuit het handelen en toetsen met materiaal, o.a. tekenen, knippen;
- gehelen schrijven als een breuk;
- breuken schrijven als gehelen;
- de gehelen eruit halen;
- gelijkwaardige breuken;
- vereenvoudigen en breuken gelijkwaardig maken;
- gelijknamige breuken optellen en aftrekken;
- een getal plus een breuk; een getal min een breuk.

Vijfde klas

Getallen en tellen

- lezen en schrijven van getallen tot 100.000;
- de rangorde van de getallen tot miljoenenallen;
- bewust omgaan met de deelbaarheid van getallen bijv. 5, 10, 25, 100;
- ontdekken van wetmatigheden tussen bijv. 2 en 5, 4 en 25;
- decimalen lezen en schrijven tot 6 cijfers na de komma

Tafels

- onderhouden en stelselmatig en creatief toepassen.

Hoofdrekenen

- optellen en aftrekken, vermenigvuldigen en delen van natuurlijke getallen in het honderdveld;
- met de meest voorkomende breuken;
- vermenigvuldigen en delen door 10, 100, 1000 door te werken met de nul of de komma

Cijferen

- optellen en aftrekken, vermenigvuldigen en delen doorgaans onder de 100.000 en tot op drie decimalen, naargelang de nauwkeurigheid van de werkelijkheid het vereist.
- staartdelingen met een deler van twee cijfers.
- komma wegwerken uit het deeltal.
- proeven ter controle: bijv de negenproef.

Vraagstukken

- m.b.t. eenvoudige concrete zaken van het praktische leven i.v.m. hoeveelheden, gewichten, afmetingen, geld (zie ook Wereldoriëntatie)

Terminologie

- kleinste gemeen veelvoud (ook kleinste gemeenschappelijke genoemd);
- grootste gemene deler (ook grootste gemeenschappelijke genoemd);
- priemgetal;
- gemiddelde;
- de vier hoofdbewerkingen:
optellen: termen en som
aftrekken: aftrektal, aftrekker, verschil;
vermenigvuldigen: vermenigvuldigtal, vermenigvuldiger, product;
delen: deeltal, deler, quotiënt, rest
- breuken: evenwaardige breuken, tiendelige breuken, vereenvoudigen;
- meetkunde: benoemen van meetkundige figuren.

Schatten

- afronden;
- referentiepunten bij de gehele en gebroken getallen;
- cijfers achter de komma hanteren en verwaarlozen;
- referentiematen voor het schatten bij het meten.

Meten

- tijd: de digitale klok; tijdsindeling bijv.: eeuw, jaar, trimester, kwartaal, maand, week, dag, uur, minuut, seconde
- ruimte:
- lengtematen: de meter, onderdelen en veelvoudigen.(geen oppervlakte maten)

- gewichten: de kilogram, onderdelen en veelvoud.
- inhoud: liter, onderdelen en veelvoud.

Meetkunde

- geometrische figuren met de vrije handtekenen, kunnen benoemen en herkennen
- zie Vormtekenen

Verhoudingen

- plattegronden en kaarten;
- schaalbegrip;
- zie Wereldoriëntatie, Muzische vorming

Breuken

- een eenvoudige breuk vermenigvuldigen met een getal.
- ongelijknamige breuken optellen en aftrekken waarbij een van beide noemers veranderd wordt; waarbij beide noemers veranderd worden.
- gemengde getallen optellen en aftrekken.
- kleinste gemeenveelvoud en grootste gemene deler.
- breuken vereenvoudigen en gelijknamig maken.
- het verband tussen decimale getallen en 10-delige breuken.
- omzetten van een breuk in een decimaal getal en omgekeerd.
- breuken vermenigvuldigen:
 - een breuk met een getal
 - een breuk met een breuk
- breuken delen: een breuk delen door een geheel getal
- werken op de teller
- werken op de noemer

Zesde klas

Getallen en tellen

- bewust omgaan met regels van de deelbaarheid van getallen.

Tafels

- gebruiken.

Hoofdrekenen

- optellen en aftrekken, vermenigvuldigen en delen van natuurlijke getallen in het honderdveld;
- met de meest voorkomende breuken;
- dit alles ook in functie van het handelsrekenen.

Cijferen

- staartdelingen met een deler groter dan drie cijfers;

Vraagstukken

- m.b.t. eenvoudige concrete zaken van het praktische leven i.v.m. hoeveelheden, gewichten, afmetingen, geld (zie ook Wereldoriëntatie).

Terminologie

- complementair getal, complement;
- procent, %, verhoudingen, rechtevenredige grootheden;
- regel van drie (zie verhoudingen);
- Romeinse getallen kunnen lezen cf. Geschiedenis;
- omtrek, oppervlakte (zie meten);
- meetkundige begrippen (zie meetkunde).

Schatten

- ontdekken en bespreken van rekenstrategieën en oplossingsstrategieën.

Meten

- het begrip oppervlakte;
- oppervlaktematen:
- m² met onderdelen en veelvouden;
- kennismaking met de landmaten: are, centiare, hectare.

Meetkunde

- exacte meetkundige figuren met passer en liniaal;
- constructie en onderzoek van reeds bekende vormen: de cirkel; driehoek, vierhoek, vijfhoek, zeshoek;
- delen van de cirkel bijv. vierdeling; zesdeling (zesblad, zeshoek); zevending (zevenster) achtdeling, twaalfdeling aan de hand van halveren van de cirkelboog (twaalfhoek, twaalfster); zestiending;
- constructie van de: loodlijn, middelloodlijn, middellijn, straal, diagonaal
- vanuit de cirkel construeren, meten, benoemen en herkennen:
vierkant / rechthoek;
ruit / vlieger;
parallelogram / trapezium
- hoeken construeren, meten, benoemen en herkennen: rechte, scherpe, stompe hoeken;
- driehoek vanuit de cirkel construeren, benoemen en herkennen, o.a. met de gradenboog:
gelijkzijdige, gelijkbenige, ongelijkzijdige;
zijde, hoek, basishoek
- toepassingen;

Verhoudingen en procenten

- procenten opgevat als op 100 genormeerde waarden in het leven van alledag: visuele beelden van percentages; breuken omzetten in procenten en omgekeerd;
- rente: het begrip; berekenen bij bekend kapitaal, tijd en rentevoet
- prijsstijging;
- berekeningen op het gebied van het handelsrekenen bijv. kortingen op prijs en gewicht, BTW
- regel van drie

Breuken

- breuken delen: een breuk door een breuk;
- breuken vermenigvuldigen: een breuk met een gemengd getal.

3.5 Pedagogisch - didactische leidraad

Bij het wiskundeonderwijs houdt men rekening

- Met de specifieke invloed die de dynamische afwisseling van vergeten en herinneren^{xi} op het ontwikkelingsproces van het kind uitoefent;
- Met het ontwikkelingsbeeld van de kinderen dat het leerproces een eigen karakter verleent: analyse-synthese, kwaliteit-kwantiteit, individueel, in groep of klassikaal werken, zelf ontdekken-geleid ontdekken;
- Met het feit dat handelen en beleven steeds voorafgaan aan het (begeleid) ontdekken en formuleren van regels, strategieën en begrippen;

Oriëntatie in de getallenruimte

- Het rekenen vraagt niet dezelfde aard van verdieping in het beeld als het schrijven. De getallen op zich bezitten geen beeldkarakter. Zij verwijzen echter wel naar reële kwaliteiten, ritmes en structuren;
- Bij de kennismaking met de getallen gaat men uit van de eenheid, die zich omvormt tot een veelheid;
- Aanvankelijk beweegt men zich in een beperkte getallenruimte, tot 12-20 of 24, daarna wordt deze uitgebreid.

Tellen, ritmisch tellen en tafels

- Het leren tellen gebeurt door middel van de beweging. Men speelt in op de overgangssituatie waarin het kind zich bevindt; op de vorming van de bewegingsdrang in de kleuterschool volgt nu het binden van de bewegingsdrang aan wiskundige wetmatigheden, na de vierde klas speelt het bewegen zich in het voorstellen af;
- Bij het leren rekenen wordt uitgegaan van het tellen. Van zodra de kinderen de volgorde van de getallen beheersen, heen en terug, worden er verschillende ritmes in aangebracht;
- Het lichamenlijk ervaren van verschillende ritmes ontwikkelt zich eerst tot, op het geheugen gebaseerde kennis, daarna tot inzicht en vormt zo de basis voor de latere rekenvaardigheden.

De evolutie van rekenen met concreet materiaal naar het verinnerlijkte rekenen

- Men neemt het aanschouwelijke, het concrete als uitgangspunt en men vermijdt aanvankelijk het abstracte. Het denken van de kinderen ontwikkelt^{xii} zich in deze leeftijdsfase aan het uiterlijke leven. Wanneer deze mogelijkheid niet geboden wordt bestaat het gevaar dat het kind zich te vroeg het louter intellectueel denken toe-eigent. De uiterlijke waarneming geeft het kind de nodige steun die het nodig heeft. Later, wanneer het kind het rekenen meer verinnerlijkt heeft, kan het loskomen van deze hulpmiddelen. Om te voorkomen dat de kinderen zich te zeer aan de uiterlijke waarneming hechten, kan men o.a. steeds nieuwe dingen nemen waarmee gerekend wordt:(variatie in het aanschouwelijke).
- Met betrekking tot het verinnerlijken van het rekenen en het toegang krijgen tot een meer abstracte denkwijze, heeft het 10de levensjaar een scharnierfunctie. Van nu af betekent oefenen: consequent een rekenspoor volgen tot de techniek beheerst wordt en automatismen gevormd zijn.

Bewerkingen

- De vier bewerkingen worden kort na elkaar aangeleerd en daarna gelijktijdig inge oefend, omwille van hun heilzame invloed op het temperament van de kinderen en hun karaktervormende^{xiii} kwaliteit.

Hoofdrekenen

- Er wordt vooral mondeling geoefend. Het neerschrijven van de resultaten en het cijferen wordt aanvankelijk teruggehouden;
- Men biedt het kind de mogelijkheid om zich via omschrijvingen (rekenverhalen, later vraagstukken) in rekensituaties in te leven;
- Men biedt elk kind de mogelijkheid om zijn eigen rekenstrategie te volgen.

Schatten^{xiv}

- Er wordt naar gestreefd om het schatten in alle jaarklassen en in alle deelaspecten van de wiskunde te integreren;
- Men houdt rekening met het menskundig aspect van het schatten namelijk de sterke binding van deze activiteit met het kind als individu: durven beslissen, durven afronden, durven voorspellen.

Meetkunde

- Meetkundige elementen begeleiden het rekenonderwijs in alle klassen. In de vier laagste klassen worden meetkundige vormen uit de vrije hand getekend en ervaren (zie bij vormtekenen). Vanuit dit oefenen in de vrije hand geometrie ontstaat later het exacte meetkundige tekenen;
- Beheersing van de motoriek, oog-handcoördinatie, ruimtelijk oriëntatievermogen, vormgevoel, schoonheidszin voor het exacte meetkundige en een zelfstandig, levendig denken worden geoefend. Elke oefening spreekt denken, voelen en willen aan.

Breuken, verhoudingen en procenten^{xv}

- Men gaat uit van het verband tussen de wereld van de gebroken getallen en het vermogen van de mens om eenzelfde gegeven van uit wisselende standpunten te bekijken. Dit vermogen ontwaakt rond het 10de levensjaar, het breukrekenen vervult a.h.w. een spiegel functie;
- Het werken met breuken gaat uit van het concrete handelen, bijv. uitgaande van de stambreuk door breken, verdelen en samenstellen.
- Bij de bewerkingen met breuken dient men er zorg voor te dragen dat het kind wat het op rekenkundig vlak doet, kan blijven verbinden met een voorstelling (zie ook Vormtekenen);
- Ook in dit deelaspect van de wiskunde evolueert men van kennismaken met de wereld van de gebroken getallen naar een beweeglijk omgaan met de gebroken getallen.

Synthese en analyse

- In de Rudolf Steinerschool bepalen deze begrippen vooral in de lagere klassen de manier van werken.
- In de synthese zoekt men vanuit de veelheid naar een overeenkomst, een eenheid. Een eenvoudig voorbeeld van een synthese vinden we in een simpel sommetje zoals dat vaak in de basisschool aan de orde komt: $5 + 3 + 2 = 10$. Dit karakteriseert de synthese goed: de afzonderlijke delen leiden slechts tot één uitkomst. Bij de synthese zoekt men naar wetmatigheden om tot een uitkomst te komen.
- Ook het principe van de analyse kan men leren kennen aan de hand van een eenvoudige som:
 $10 = 5 + 3 + 2$
 $10 = 3 + 3 + 4$
 $10 = 12 - 5 + 3$
- Vanuit het geheel vindt men legio mogelijkheden, die men analyserend kan leren kennen. Wat men beide mogelijkheden op als 'zielenhoudingen' dan zou gezegd kunnen worden dat synthese rust geeft, overzicht. De synthese geeft de mogelijkheid het resultaat genoegzaam onder ogen te zien. De analyse echter vraagt wakkerheid en biedt vele mogelijkheden de werkelijkheid te ordenen. Analyse vraagt voortdurende innerlijke activiteit.

- De leerkracht in de R. Steinerschool probeert heel bewust met analyse en synthese om te gaan, en wel zodanig dat het analyserende, het uitgaan van het geheel, voor de kinderen in de leeftijdsfase tussen zeven en veertien jaar de grondhouding is, van waaruit de Rudolf Steinerschoolpedagogie de kinderen wil benaderen.
- Bij het rekenen is dit 'uitgaan van het geheel' steeds terug te vinden. De opgaven, vooral in de lagere klassen, worden aangeboden in de vorm van:
 $24 = 6 \times \dots$; $65 = 128 - \dots$; enz.
- Ook het synthetiseren heeft een belangrijke plaats, met name als het kind gaat ontdekken welke wetmatigheden er in de leerstof schuilen. Het vinden van dergelijke verbanden doet het kind overwegend zelf. Vanzelfsprekend is deze activiteit in de hogere leerjaren van steeds groter belang.
- Een ander aspect van het principe om uit te gaan van het geheel, is de invloed van de werking van analyse en synthese in het voorstellingsvermogen en op het zielenleven. De synthese; het samenvatten van de elementen tot een omvattend begrip, laat weinig vrijheid. Wanneer echter een gegeven vanuit een bepaald standpunt wordt ontleed, geanalyseerd, kan in het voorstellen vrijheid ontwikkeld worden. Vooral in het rekenen kan de analyserende activiteit, waaraan de menselijke ziel zo'n behoefte heeft en die gewoonlijk veel te weinig tot haar recht komt, beoefend worden.
- Wanneer de genoemde rekenwijze voldoende verworven en geoefend is wordt de traditionele rekenwijze aanvullend geleerd.

3.6 Minimale materiële vereisten

Voor de lagere klassen kleine voorwerpen

Gewichten, inhoudsmaten, meters.

Passer, liniaal en gradenboog (voor de leerkracht bordpasser, bordmeetlat, bordgradenboog)

3.7 Bibliografie

- ADLER, J., *Rekenkunde nieuwe stijl*, Vrij Pedagogisch Centrum, Driebergen,
- BARAVALLE, H. von, *Rechen-Unterricht und der Waldorfschulplan*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart, 1984.
- BINDEL, E., *Die Grundlage der Mathematik im Lichte der Antroposophie*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart, 1982.
- ID, *Die geistige Grundlage der Zahlen*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart,
- ID, *Die Arithmetik*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart,
- ID, *Das Rechnen im Lichte der Anrhroposohie*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart,
- GERSON, R., *Handelsrekenen*, Vrij Pedagogisch Centrum, Driebergen, 1991.
- GLÖCKLER, M., *Das Schulkind. Gemeinsame Aufgaben von Arzt und Lehrer. Konstitutionsfragen. Unterrichtsschwierigkeiten. Therapeutische Lehrplanprinzipien*, in Arbeitsberichte der Medizinischen Sektion am Goetheanum, Verlag am Goetheanum, 1992.
- HESSENBRUCH, H., *Geheimnisse und Wesen der Zahlen*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart,
- KRANICH, E. M, e.a., *Formenzeichnen. Die Entwicklung des Formensinns in der Erziehung*, in *Menschenkunde und Erziehung*. 47, Freies Geistesleben.
- KRANICH, E.M., *Pädagogische Projekte und ihre Folgen*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart,
- LINDEN, K.van der, *Het Vrije School rekenwerkboek*, Vrij Pedagogisch Centrum, Driebergen,
- PEDOE, D., *De speelse wiskunde*, Vrij Pedagogisch Centrum, Driebergen,
- REICHMAN, W.J., *Spelen met cijfers*, Vrij Pedagogisch Centrum, Driebergen
- SCHOOREL, E., e.a., *Leren. Op weg naar een antroposofische leertheorie*, Vrij Pedagogisch Centrum, 1995.
- SCHUBERT, E., *Der Anfangsunterricht in der Mathematik. Aufbau, fachliche Grundlagen und Menschenkundliche Gesichtspunkte. Mit einem Kapitel über Rechenschwächen und zwei Spielen für die erste Klasse*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart, 1993.
- ID, *Der Mathematikunterricht in der 6.Klasse an Waldorfschulen. Die Einführung der Algebra aus der Wirtschaftskunde*. dl 1, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart, 1995.
- STEINER, R., *Die Kunst des Erziehens aus dem Erfassen der Menschenwesenheit*, Rudolf Steiner Verlag, Dornach, 1989.
- STEINER, R., *Erziehungskunst.Seminarbesprechungen und Lehrplanvorträge*, Rudolf Steiner Verlag, Dornach, 1985.
- ULIN,B., *Der Lösung auf der Spur. Ziele und Methoden des Mathematikunterrichts. Erfahrungen aus der Waldorfpädagogik*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart,
- WEERSTRA en FETZE, *Het rekenkundig huis. Neerslag van waarnemingen en ideeën als fundament voor de exacte vakken*, Vrij Pedagogisch Centrum, Driebergen,
- WOESTENEN K,P. *Rekendidactiek*, Vrij Pedagogisch Centrum, Driebergen,
- , *Rekenen in beweging. Achtergronden, opbouw, bakens, doorkijkjes, voorbeelden en bronnen ter verrijking van het reken-wiskundeonderwijs op de Vrije School*, Vrij Pedagogisch Centrum, Driebergen, 1994.
- , *Zur Unterrichtsgestaltung im 1. bis 8. Schuljahr an Waldorf/Rudolf Steinerschulen. Arbeitshilfen für den Hauptunterricht. Überblick über den Fachunterricht. Anregungen zur Klasseführung und zur Elternarbeit*, Verlag Goetheanum, Dornach,(1994).

Noten

ⁱ zie Uitgangspunten Wiskunde van de decretale eindtermen en ontwikkelingsdoelen.

ⁱⁱ Dit fenomeen kan wanneer men fragmentarisch kennis maakt met het opvoedingsproject, de indruk wekken van retardatie. Enkel een meeromvattend overzicht, maakt duidelijk dat men precies door aan te knopen bij reeds aanwezige tendensen en vermogens en deze onderling op elkaar af te stemmen een ongedwongen op permanente evolutie gerichte ontwikkeling bevordert.

ⁱⁱⁱ zie Uitgangspunten Leergebied Wiskunde: Wiskunde en de ontwikkeling van kinderen.

^{iv} SCHOOREL, E., *Leren. Op weg naar een antroposofische leertheorie*, Vrij Pedagogisch Centrum, Driebergen, 1995, p. 42 e.v.

^v zie Wereldoriëntatie 2. Visie op mens en wereld en 3. De ontwikkeling van het kind en de realiteitsbeleving.

^{vi} *Rekenen in beweging. Achtergronden, opbouw, bakens, doorkijkjes, voorbeelden en bronnen ter verrijking van het reken-wiskundeonderwijs op de Vrije School*, Vrij Pedagogisch Centrum, Driebergen, 1994, p.360-362.

^{vii} De R. Steinerpedagogie streeft ook een opvoeding na die resulteert in een zelfstandige, (zelfredzame) volwassene. De zelfstandigheid (zelfredzaamheid) van het kind beantwoordt, volgens onze visie, aan andere normen dan die van een volwassene. In dit kader komt de zelfstandigheid van een twaalfjarige ons inziens niet in het gedrang door het uitstellen van technologische middelen in het wiskundeonderwijs..

^{viii} zie Algemene inleiding.

^{ix} *Rekenen in beweging. Achtergronden, opbouw, bakens, doorkijkjes, voorbeelden en bronnen ter verrijking van het reken-wiskundeonderwijs op de Vrije School*, Vrij Pedagogisch Centrum, Driebergen, 1994, p.364-365.

^x STEINER, R., *Die Kunst des Erziehens aus dem Erfassen der Menschenwesenheit*, Rudolf Steiner Verlag, Dornach, 1989, 5.Vortrag.

^{xi} KRANICH, E. M, e.a., *Formenzeichnen. Die Entwicklung des Formensinns in der Erziehung*, in *Menschenkunde und Erziehung*. 47, Freies Geistesleben, p. 110.

SCHOOREL, E., e.a., *Leren. Op weg naar een antroposofische leertheorie*, Vrij Pedagogisch Centrum, 1995.

^{xii} STEINER, R., *Die Kunst des Erziehens aus dem Erfassen der Menschenwesenheit*, Rudolf Steiner Verlag, Dornach, 1989,5. Vortrag.

^{xiii} STEINER,R.,*Erziehungskunst.Seminarbesprechungen und Lehrplanvorträge*, Rudolf Steiner Verlag, Dornach, 1985.

Zur Unterrichtsgestaltung im 1. bis 8. Schuljahr an Waldorf/Rudolf Steinerschulen. Arbeitshilfen für den Hauptunterricht. Überblick über den Fachunterricht. Anregungen zur Klasseführung und zur Elternarbeit, Verlag Goetheanum, Dornach,(1994), p. 36-37.

^{xiv} *Rekenen in beweging. Achtergronden, opbouw, bakens, doorkijkjes, voorbeelden en bronnen ter verrijking van het reken-wiskundeonderwijs op de Vrije School*, Vrij Pedagogisch Centrum, Driebergen, 1994, p 139-142.

^{xv} *Zur Unterrichtsgestaltung im 1. bis 8. Schuljahr an Waldorf/Rudolf Steinerschulen. Arbeitshilfen für den Hauptunterricht. Überblick über den Fachunterricht. Anregungen zur Klasseführung und zur Elternarbeit*, Verlag Goetheanum, Dornach,(1994), 69-73.